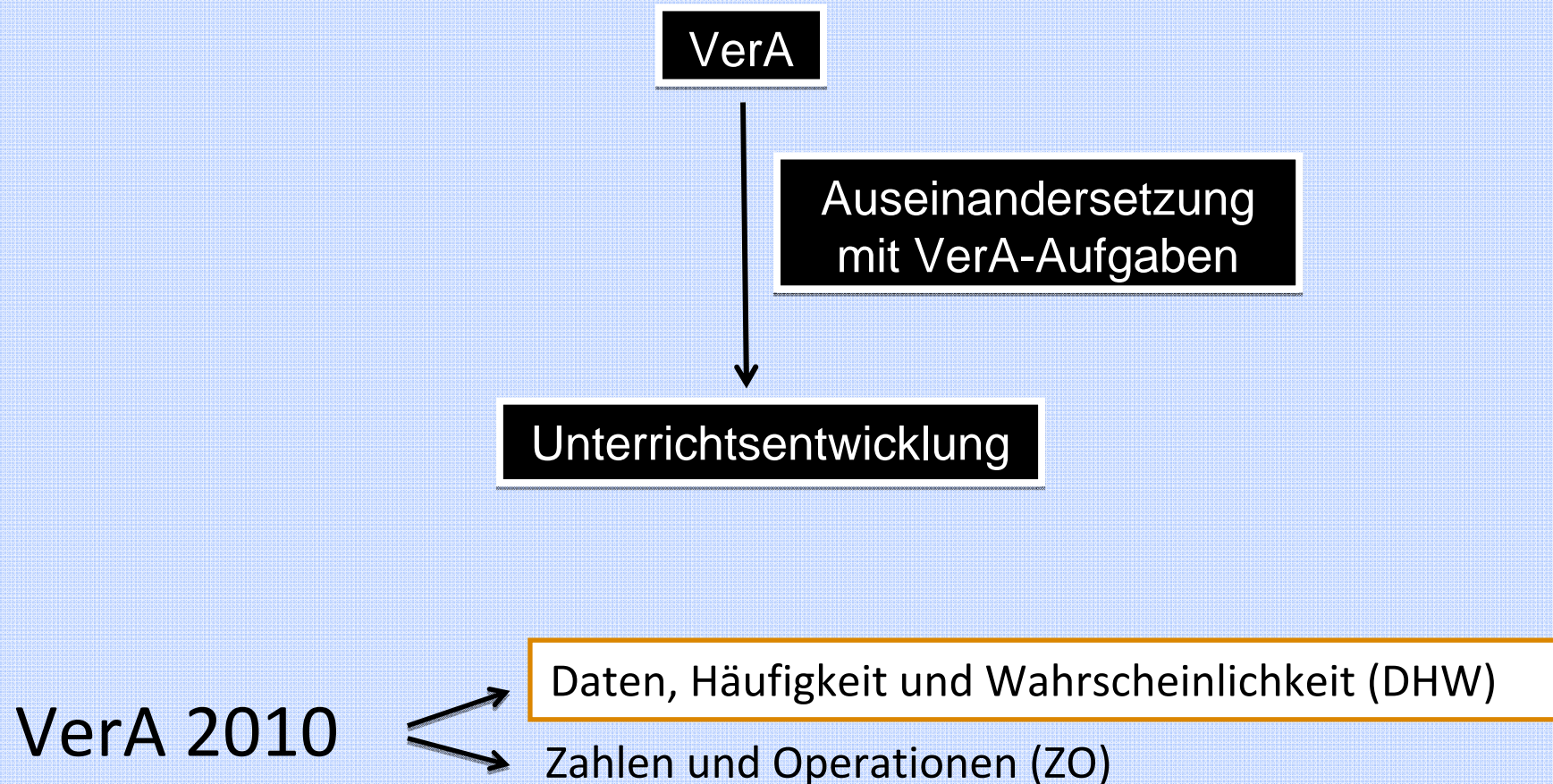


**Würden Sie darauf wetten,
dass beim Ziehen von zwei Karten diese
dieselbe Farbe oder verschiedene Farben haben?**

Vertiefende Infos zum **Kompetenzbereich DHW**





Bildungsstandards Mathematik

Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich)

Was meinen Sie?

Wie viel Prozent der Schülerinnen und Schüler haben die jeweilige Aufgabe auf Landesebene richtig gelöst?

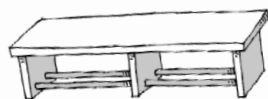
Ordnen Sie den 5 Aufgaben die nachfolgenden Prozentzahlen zu:

25%, 30%, 45%, 70%, 75%

Welches sind die Gründe für Ihre Zuordnung?

LP Mathematik NRW

beschreiben die Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen (sicher, wahrscheinlich, unmöglich, immer, häufig, selten, nie)



Anna, Bert und Carla sitzen auf einer Bank.
Welche der folgenden Aussagen stimmt? Kreuze an.

- ☐ Es ist **sicher**, dass Anna und Bert nebeneinander sitzen.
- ☐ Es ist **möglich, aber nicht sicher**, dass Anna und Bert nebeneinander sitzen.
- ☐ Es ist **unmöglich**, dass Anna und Bert nebeneinander sitzen.
- ☐ Es ist **sicher**, dass Bert und Carla nebeneinander sitzen.

VerA 2010, DHW 10

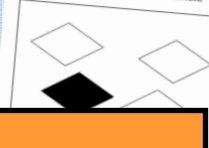
Du wirfst einmal mit zwei normalen Spielwürfeln.
Welches Ergebnis ist **unmöglich**? Kreuze an.

- ☐ 1
- ☐ 17
- ☐ 25
- ☐ 36

VerA 2010, DHW 13



Leo nimmt mit geschlossenen Augen drei Vierecke in die Hand.
Wie können die Vierecke aussehen?



sicher	möglich, aber nicht sicher	unmöglich
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

VerA 2010, DHW 14

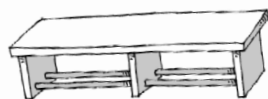
7 8 9

Zahlenkarte.

Lisa hat eine Zahl zwischen 1 und 10 genommen.
Welche Zahl hat sie genommen?

- ☐ Es ist **sicher**, dass Lisas Zahl größer als 5 ist.
- ☐ Es ist **möglich, aber nicht sicher**, dass Lisas Zahl größer als 5 ist.
- ☐ Es ist **unmöglich**, dass Lisas Zahl größer als 5 ist.

VerA 2010, DHW 10



Anna, Bert und Carla sitzen auf einer Bank.
Welche der folgenden Aussagen stimm? Kreuze an.

- ☐ Es ist **sicher**, dass Anna und Bert nebeneinander sitzen.
- ☐ Es ist **möglich, aber nicht sicher**, dass Carla und Bert nebeneinander sitzen.
- ☐ Es ist **unmöglich**, dass Anna und Carla nebeneinander sitzen.
- ☐ Es ist **sicher**, dass Bert und Carla nicht nebeneinander sitzen.

VerA 2010, DHW 01

70%

Du wirfst einmal mit zwei normalen Spielwürfeln und multiplizierst die Augenzahlen.
Welches Ergebnis ist **unmöglich**?
Kreuze an.

- ☐ 1
- ☐ 17
- ☐ 25
- ☐ 36



VerA 2010, DHW 13

30%

Bildungsstandards Mathematik

Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich)

1 2 3 4

Theo nimmt zwei Karten und legt damit eine zweistellige Zahl.
Kreuze jeweils an.

	sicher	möglich, aber nicht sicher	unmöglich
Die Zahl ist größer als 11 und kleiner als 44.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Zahl kann man ohne Rest durch 10 teilen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Zahl ist größer als 14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Ziffern der Zahl sind gleich.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

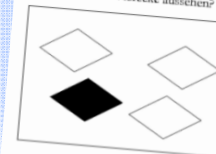
VerA 2010, DHW 16

25%

LP Mathematik NRW

beschreiben die Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen (sicher, wahrscheinlich, unmöglich, immer, häufig, selten, nie)

Leo nimmt mit geschlossenen Augen drei Vierecke in die Hand.
Wie können die Vierecke aussehen?



Kreuze jeweils an.

	sicher	möglich, aber nicht sicher	unmöglich
Alle drei Vierecke sind weiß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ein Viereck ist schwarz, zwei sind weiß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Alle drei Vierecke sind schwarz.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ein Viereck ist weiß, zwei sind schwarz.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

VerA 2010, DHW 14

45%

2 3 4 5 6 7 8 9

Lisa nimmt mit verbundenen Augen **eine** Zahlenkarte.
Kreuze die richtige Aussage an.

- ☐ Es ist **sicher**, dass Lisa die Zahl 3 genommen hat.
- ☐ Es ist **unmöglich**, dass Lisas Zahl kleiner als 4 ist.
- ☐ Es ist **möglich, aber nicht sicher**, dass Lisas Zahl größer als 5 ist.
- ☐ Es ist **sicher**, dass Lisas Zahl zwischen 2 und 7 liegt.

VerA 2010, DHW 10

75%



**Grundbegriffe
zur Beschreibung der
Eintrittswahrscheinlichkeit
von Ereignissen
in einfachen Zufallsexperimenten
kennen**



1. Grundbegriffe kennen lernen

Alltagssprache – Fachsprache

In der Alltagssprache kommt den Begriffen, die zur Beschreibung der Eintrittswahrscheinlichkeit von Ereignissen in Zufallsexperimenten verwendet werden, eine andere Bedeutung zu.

Beispiele:

- Ich finde es **unmöglich**, dass du fast jeden Morgen zu spät kommst.
- Du siehst **immer** ganz traurig aus.
- Ich bin mir **unsicher**, ob die Farben zusammenpassen.
- **Wahrscheinlich** wird es am Sonntag regnen.
- Ich bin **sicher**, dass **Borussia Dortmund** das nächste Spiel gewinnt.



1. Grundbegriffe kennen lernen

Bedeutung der math. Fachbegriffe

Bedeutung der mathematischen Fachbegriffe

Grundlage: Zufallsexperimente

„Es ist **sicher**, ...“

bedeutet, dass ein Ereignis **immer** eintritt.

„Es ist **unmöglich**, ...“

bedeutet, dass ein Ereignis **nie** eintritt.

„Es ist **möglich, aber nicht sicher**, ...“

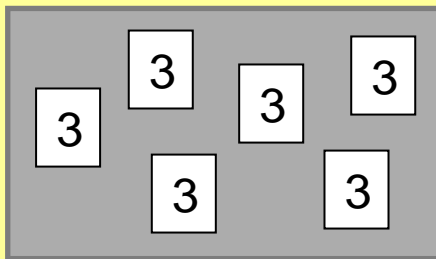
bedeutet, dass ein Ereignis eintreten **kann, aber nicht** eintreten **muss**.

„Es ist **wahrscheinlicher** ... als ...“

bedeutet, dass ein Ereignis **häufiger** als das andere eintritt. (umgekehrt: **seltener**)

1. Grundbegriffe kennen lernen

zu Zufallsexperimenten Strichlisten anlegen

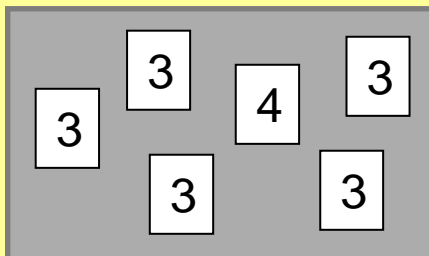


Es wird **immer** die 3 und **nie** die 4 gezogen.



Es ist **sicher**, die 3 zu ziehen.

Es ist **unmöglich**, die 4 zu ziehen.



Es wird **häufig** die 3 und **selten** die 4 gezogen.

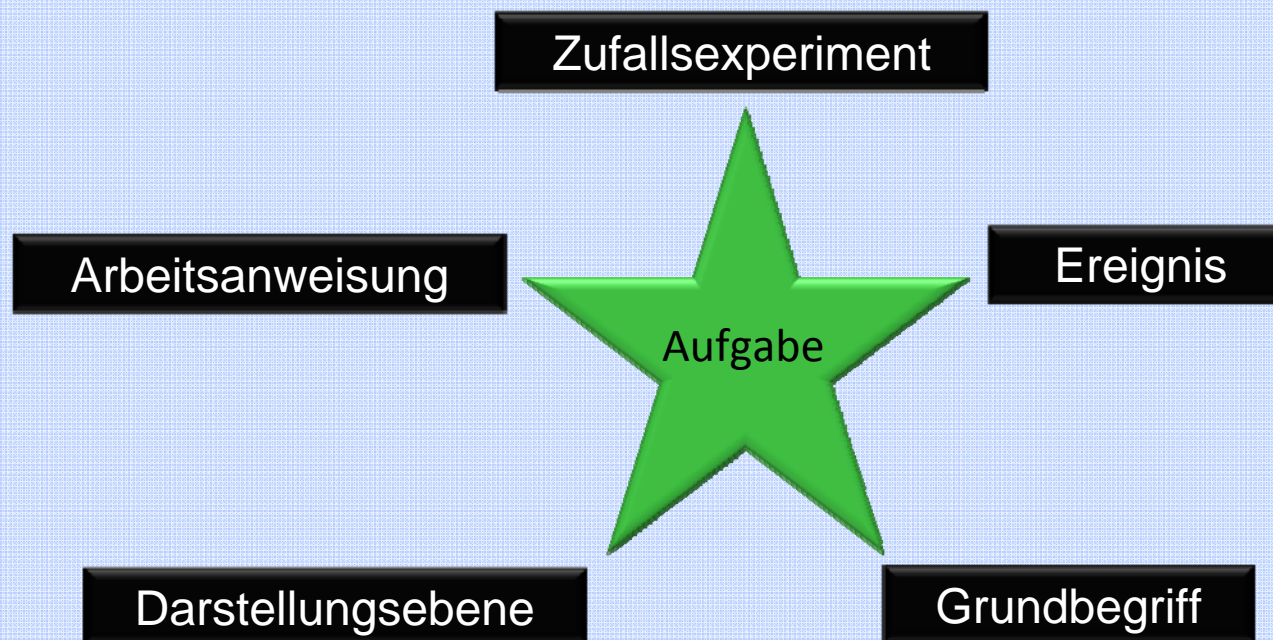


Es ist **möglich, aber nicht sicher**, die 3 (bzw. die 4) zu ziehen.

Es ist **wahrscheinlicher**, die 3 zu ziehen als die 4.

2. Grundbegriffe anwenden

Das Anspruchsniveau jeder Aufgabe hängt von mehreren Faktoren ab:



2. Grundbegriffe anwenden



Darstellungsebene

Das **Anspruchsniveau einer Aufgabe** hängt u. a. von der Darstellungsebene ab, auf der die Aufgabe bearbeitet werden soll:

symbolisch



ikonisch



enaktiv

Das Einschätzen der Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist **nur mental visuell operierend** möglich.

Beim Einschätzen der Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses besteht die Möglichkeit, sich alle möglichen und/oder alle günstigen Ereignisse **schriftlich zu notieren oder aufzumalen**.

Vor dem Einschätzen der Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist es möglich, das Zufallsexperiment **handelnd durchzuführen**, um auf diese Weise praktische Erfahrungen bzgl. der Eintrittswahrscheinlichkeit des Ereignisses zu sammeln.

2. Grundbegriffe anwenden



Arbeitsanweisung

2

3

4

5

6

7

8

9

Lisa nimmt mit verbundenen Augen **eine** Zahlenkarte.

Kreuze die richtige Aussage an.

- ☐ Es ist **sicher**, dass Lisa die 7 nimmt.
- ☐ Es ist **unmöglich**, dass Lisa die 2 nimmt.
- ☐ Es ist **möglich**, aber nicht sicher, dass Lisa die 4 nimmt.
- ☐ Es ist **sicher**, dass Lisas Zahlenkarte die 6 zeigt.

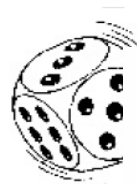
VerA 2010, DHW 10

Du wirfst einmal mit zwei normalen Spielwürfeln und multiplizierst die Augenzahlen.

Welches Ergebnis ist **unmöglich**?

Kreuze an.

- ☐ 1
- ☐ 17
- ☐ 25
- ☐ 36



VRA 2010, DHW 13

3 Varianten in VerA 2010

1

2

3

4

Theo nimmt zwei Karten und legt damit eine zweistellige Zahl.

Kreuze jeweils an.

	sicher	möglich, aber nicht sicher	unmöglich
Die Zahl ist größer als 11 und kleiner als 44.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Zahl kann man ohne Rest durch 10 teilen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Zahl ist größer als 14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Ziffern der Zahl sind gleich.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

VerA 2010, DHW 16



2. Grundbegriffe anwenden



Arbeitsanweisung

Experiment „Zahlen ziehen und addieren“

1	4	7
2	5	8
3	6	9

Lege die 9 Karten **verdeckt** auf den Tisch und mische sie.
Ziehe eine weiße, eine graue und eine gepunktete Karte.
Schreibe die gezogenen Zahlen auf und berechne ihre Summe.

			Summe
			

eine mögliche
weitere Variante

2. Grundbegriffe anwenden



Arbeitsanweisung

Du spielst mit anderen Kindern das Spiel „**Zahlen ziehen und addieren**“.

Ihr vereinbart folgende **Gewinnregel**: Es gewinnt, wer eine gerade Summe hat.

Jedes Kind darf sich vor dem Ziehen ein Kartenspiel auswählen.

Spiel 1

<u>1</u>	<u>4</u>	<u>6</u>
<u>2</u>	<u>7</u>	<u>9</u>
<u>3</u>	<u>8</u>	<u>10</u>

Spiel 2

<u>3</u>	<u>1</u>	<u>6</u>
<u>5</u>	<u>2</u>	<u>8</u>
<u>7</u>	<u>4</u>	<u>9</u>

Spiel 3

<u>4</u>	<u>1</u>	<u>3</u>
<u>8</u>	<u>5</u>	<u>9</u>
<u>12</u>	<u>7</u>	<u>11</u>

Spiel 4

<u>5</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
<u>7</u>	<u>6</u>	<u>10</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>11</u>

Welches Kartenspiel würdest du auswählen, um
sicher gewinnen zu können?



2. Grundbegriffe anwenden



Zufallsexperiment

1 3 5 7 9

**Beispiele für Zufallsexperimente,
die ein unterschiedliches Anspruchsniveau aufweisen:**

- Helen zieht **eine** Ziffernkarte.
- Sabrina zieht **zwei Ziffernkarten** und **legt damit eine zweistellige Zahl**.
- Hans zieht **zwei Ziffernkarten** und **addiert die beiden Zahlen**.
- Samira zieht **drei Ziffernkarten**, **multipliziert die beiden größeren Zahlen** und **addiert zum Ergebnis die kleinste Zahl**.



2. Grundbegriffe anwenden



Ereignis

4	8	12	20	24
---	---	----	----	----

Sven zieht zwei Ziffernkarten und addiert die beiden Zahlen.

**Beispiele für Ereignisse,
die ein unterschiedliches Anspruchsniveau aufweisen:**

- Die Summe ist gerade.
- Die Summe ist ungerade.
- Die Summe ist 28.
- Die Summe ist eine Zehnerzahl.
- Die Summe ist durch 4 teilbar.
- Die Summe ist durch 3 teilbar.
- Die beiden Ziffern der Summe sind gleich.
- Die Summe ist größer als 11 und kleiner als 45.
- Die Summe ist durch 6 und durch 9 teilbar.

2. Grundbegriffe anwenden



Grundbegriff



Ist die Aussage wahr oder falsch?
Trage **w (wahr)** oder **f (falsch)** ein.

Es ist unmöglich , die Summe 25 zu erhalten.	W
---	---

Es ist sicher , eine Summe kleiner als 16 zu erhalten.	F
---	---

Es ist möglich, aber nicht sicher , zwei gerade und eine ungerade Zahl zu ziehen.	W
--	---

Es ist wahrscheinlicher , die Summe 13 als die Summe 12 zu erhalten.	W
---	---

Es ist wahrscheinlicher , eine ungerade Summe als eine gerade Summe zu erhalten.	
---	--

Es ist leichter,

eine **Aussage zur Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses** auf ihren Wahrheitsgehalt hin zu überprüfen

als eine **Aussage**, bei der die **Eintrittswahrscheinlichkeit zweier Ereignisse bestimmt und verglichen werden muss**.



2. Grundbegriffe anwenden



Grundbegriff

27 mögliche Ziehungen	147	148 157 247	149 158 167 248 257 347	159 168 249 258 267 348 357	169 259 268 349 358 367	269 359 368	369
7 mögliche Summen	12	13	14	15	16	17	18
Anzahl der günstigen Ziehungen bzgl. jeder Summe	1	3	6	7	6	3	1

Bei 14 Ziehungen ergibt sich eine gerade Summe.
Bei 13 Ziehungen ergibt sich eine ungerade Summe.



2. Grundbegriffe anwenden



Grundbegriff



Ist die Aussage wahr oder falsch?
Trage **w (wahr)** oder **f (falsch)** ein.

Es ist **unmöglich**, die Summe 25 zu erhalten. W

Es ist **sicher**, eine Summe kleiner als 16 zu erhalten. F

Es ist **möglich, aber nicht sicher**, zwei gerade und eine ungerade Zahl zu ziehen. W

Es ist **wahrscheinlicher**, die Summe 13 als die Summe 12 zu erhalten. W

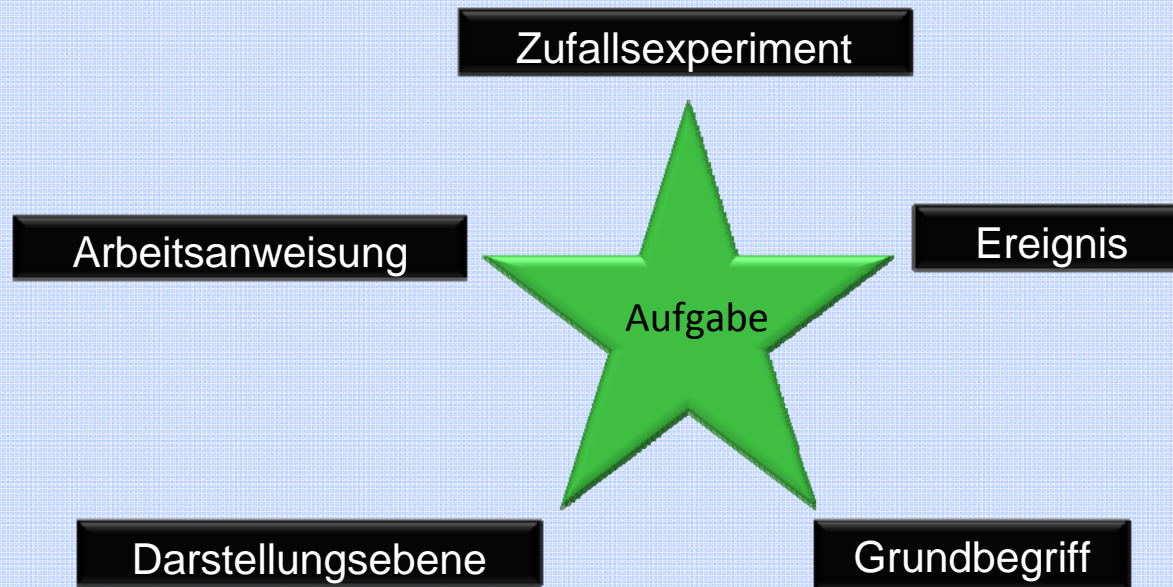
Es ist **wahrscheinlicher**, eine ungerade Summe als eine gerade Summe zu erhalten. F

Es ist leichter,

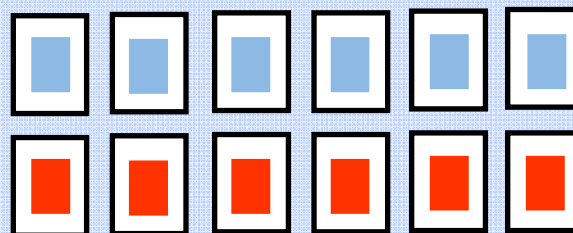
eine Aussage zur Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses auf ihren Wahrheitsgehalt hin zu überprüfen

als eine Aussage, bei der die Eintrittswahrscheinlichkeit zweier Ereignisse bestimmt und verglichen werden muss.

Fazit



Die Auseinandersetzung mit VerA-Aufgaben zur Kompetenz „Grundbegriffe kennen“ liefert wichtige Hinweise dafür, wie das Anspruchsniveau von Aufgaben im Unterricht auf vielfältige Weise variiert werden kann und trägt somit zur Unterrichtsentwicklung bei.



dieselbe Farbe:

$$\frac{6}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{6}{12} \cdot \frac{5}{11} = \frac{30}{132} + \frac{30}{132} = 0,455$$

verschiedene Farbe:

$$\frac{6}{12} \cdot \frac{6}{11} + \frac{6}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{36}{132} + \frac{36}{132} = 0,545$$



Farbverteilung	dieselbe Farbe	verschiedene Farbe
6b 6r	0,455	0,545
6b 7r	0,462	0,538
6b 8r	0,473	0,527
6b 9r	0,486	0,514
6b 10r	0,500	0,500
6b 11r	0,515	0,485
6b 12r	0,529	0,471
6b 13r	0,544	0,456
6b 14r	0,558	0,442

