

Funktionsbegriff als Rollenspiel

Zur Durchführung des Rollenspiels werden vier freiwillige Studierende nach vorne geholt.

Die Studierenden erhalten folgende Aufgaben:

- Definitionsmenge
Die Definitionsmenge (der Studierende) hat ausschließlich die Aufgabe, Zahlen zu nennen. Dabei ist zunächst jede beliebige Zahl erlaubt.
- Funktion 1
Die zweite Person ist eine Funktion und bekommt den Namen f_1 . Ihre Aufgabe ist es, alle Zahlen, die ihr genannt werden, zu verdoppeln und selbst das Ergebnis zu nennen.
- Funktion 2
Die dritte Person ist ebenfalls eine Funktion und bekommt den Namen f_2 . Ihre Aufgabe ist es, zu allen Zahlen, die ihr genannt werden, 3 zu addieren und selbst das Ergebnis zu nennen.
- Wertemenge
Der vierte Studierende hat die Aufgabe, genau aufzupassen und den Ablauf sprachlich wiederzugeben. Dabei soll die Sprechweise von Funktionen eingeübt werden.

Angefangen wird mit nur einer Funktion. Die zweite Funktion darf zunächst zur Seite gehen.

Beispiel:



Nach einigen Beispielen bietet es sich an:

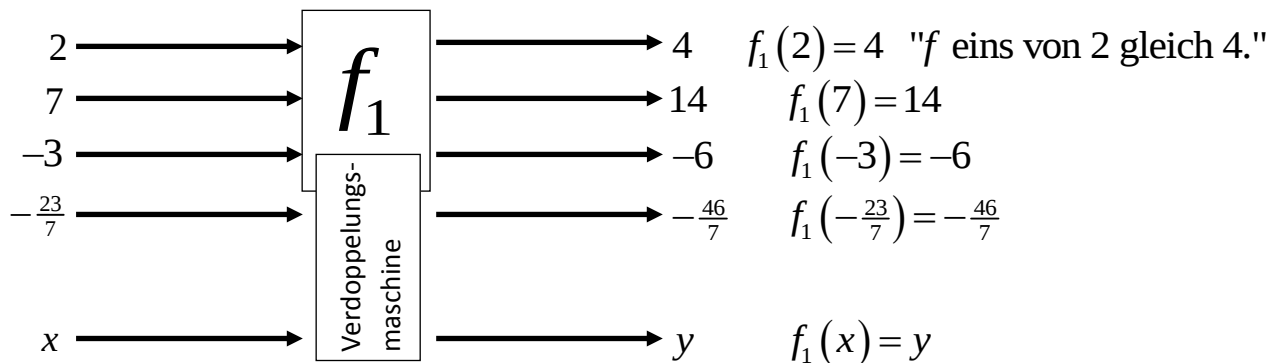
- Funktionsschreibweise an der Tafel festhalten
- Begriffe, wie Funktionsgleichung, Funktionswert, Wertepaar usw. klären
- Funktion austauschen
- Funktionen verketteten
- Auf Eindeutigkeit der Zuordnung hinweisen
- Darstellung als Wertetabelle visualisieren
- ...

A01 - Einstieg in die Analysis

Was ist eine Funktion

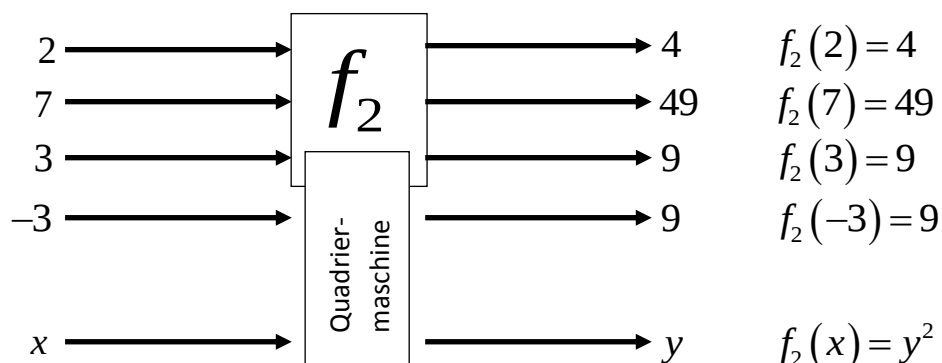
Eine Funktion ist wie eine sture Rechenmaschine, die aus jedem x -Wert, der ihr gegeben wird einen y -Wert berechnet. Der Mathematiker nennt so etwas Zuordnung.

Die Funktion bekommt dabei immer einen Namen, in der Regel f, g, h, f_1, f_2, \dots



Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung, die jedem x -Wert eindeutig einen y -Wert (Funktionswert) zuordnet.

Bei vorliegendem y -Wert muss der ursprüngliche x -Wert nicht mehr eindeutig zugeordnet werden können. Manchmal funktioniert es aber trotzdem oder zumindest eingeschränkt.



Um Funktionen und ihre Rechenleistung leichter aufschreiben zu können, werden Funktionsgleichungen verwendet. Dabei kann der gewünschte x -Wert in die Funktionsgleichung eingesetzt und berechnet werden.

Funktionsgleichung: $f_1(x) = 2x$ Beispiele: $f_1(4) = 2 \cdot 4 = 8$, $f_1(-3) = 2 \cdot (-3) = -6$

Funktionsgleichung: $f_2(x) = x^2$ z.B.: $f_2(5) = 5^2 = 25$, $f_2(-5) = (-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

Als sogenannte Variable muss nicht immer x verwendet werden.

Beispiel einer Funktion mit dem Namen g und der Variable t : $g(t) = \overbrace{t^2 - 3t + 5}^{\text{Funktionsgleichung}}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Funktionsterm}}$

Beispiel für das Einsetzen des Werts -3 in die Funktion g : $g(-3) = (-3)^2 - 3 \cdot (-3) + 5 = 23$

Der zugeordnete Funktionswert ist also 23. „g von minus drei gleich dreiundzwanzig.“

A01 - Einstieg in die Analysis

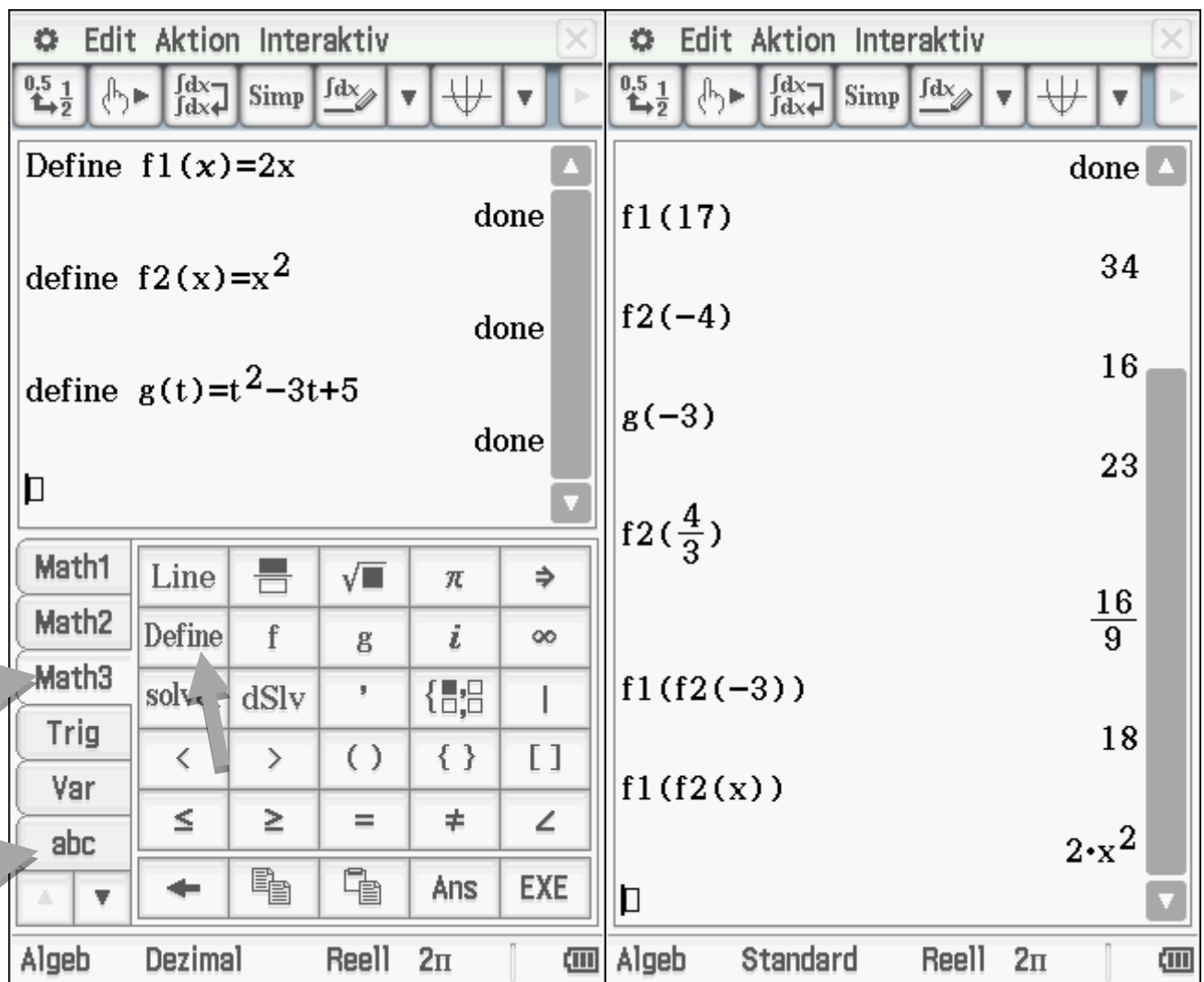
Funktionen mit dem Taschenrechner

Den Umgang mit Funktionen beherrscht auch digitales Hilfsmittel.

Sinnvoll ist eine Eingabe der Funktion, die dann übergreifend in allen Menüs verwendet werden kann. (Alternativ funktioniert auch die kurzschreibweise der Informatiker „:=“.)

Sobald die Funktion definiert ist, kann damit gerechnet werden.

Die Eingabe erfolgt hier auf dem virtuellen **Keyboard** entweder über **Math3** und **Define** oder die Buchstabentastatur **abc**.



Funktionen können also auch verschachtelt werden.

$$f_1(f_2(-3)) = f_1((-3)^2) = f_1(9) = 2 \cdot 9 = 18 \text{ oder als Funktionsgleichung:}$$

$$f_1(f_2(x)) = f_1(x^2) = 2 \cdot x^2 \quad \text{Der Wert wird also zunächst quadriert und dann verdoppelt.}$$

Im Gegensatz zu: $f_2(f_1(x)) = f_2(2x) = (2 \cdot x)^2$, zunächst verdoppelt und dann quadriert.

Probieren Sie es aus! Sieht bei Ihrem Gerät die Ausgabe genauso aus? Ist sie dennoch gleich?