



Institut zur Qualitätsentwicklung
im Bildungswesen

Vergleichsarbeiten VERA-3
(3. Jahrgangsstufe)

Mathematik

DIDAKTISCHE HANDREICHUNG (TEIL II)

Fachdidaktische Orientierung
zur

Leitidee

Größen und Messen

Einfach mal reinschauen...

Inkl. Anregungen
für den Unterricht!



Bereitgestellt zum VERA-Durchgang 2022

Dieses Dokument wurde leicht angepasst. (08/2023)

Inhalt

1.	Einleitung.....	3
2.	Kompetenzorientierung und Bezug zu den Bildungsstandards	3
	2.1 Die Bildungsstandards Mathematik	3
	2.2 Kompetenzstufen im Fach Mathematik	4
3.	Die Leitidee Größen und Messen.....	7
	3.1 Die Bildungsstandards im Bereich Größen und Messen.....	7
	3.2 Hinweise für den Unterricht.....	9
4.	Weitere Anregungen für den Unterricht.....	12
5.	Abbildungsverzeichnis	14
6.	Literaturverzeichnis.....	14

Autor*innen der fachdidaktischen Orientierungen sind

Prof. Dr. Hedwig Gasteiger, Prof. Dr. Kristina Reiss und Dr. Heino Reimers.

Anpassung 08/2023:

Grundlage dieses Dokuments sind die

„Didaktischen Handreichungen Teil II: Fachdidaktische Orientierung *Muster und Strukturen* und *Größen und Messen*“ des VERA-Durchgangs 2022.

Zur einfacheren thematischen Bereitstellung nach Leitideen für die website schulentwicklung.nrw.de wurde daraus je eine Handreichung für jede Leitidee erstellt.

Einige Formatierungen wurden angepasst, als Kapitel 1 und 2 wurde die leicht aktualisierte Fassung von 2023 verwendet, ansonsten wurden keine inhaltlichen Änderungen vorgenommen.

Wussten Sie, dass Sie viele VERA-Aufgaben und Didaktische Materialien
auch online finden können?

www.iqb.hu-berlin.de/vera/aufgaben

1. Einleitung

Im Folgenden werden wesentliche Komponenten der Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich sowie die hierzu empirisch konstruierten Kompetenzstufen kurz dargestellt.

Ferner wird der mathematische Kompetenzbereiche **Größen und Messen** erläutert und an konkreten Aufgabenbeispielen illustriert.

Schließlich werden einige allgemeine Überlegungen zu einem Mathematikunterricht skizziert, der gute Voraussetzungen für das Erreichen der durch die Standards vorgegebenen Ziele bietet. Dabei wird auf die Domäne *Größen und Messen* kurz eingegangen.

Detailliertere unterrichtliche Anregungen sowie spezifische Aufgaben sind in den aufgabenspezifischen didaktischen Kommentaren (Teil III) zu finden.

2. Kompetenzorientierung und Bezug zu den Bildungsstandards

2.1 Die Bildungsstandards Mathematik

Die Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich beschreiben die fachbezogenen Kompetenzen, die Schüler*innen bis zum Ende der vierten Jahrgangsstufe erworben haben sollen. Kompetenzen sind kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten, die in aktiver Auseinandersetzung mit substantiellen Fachinhalten erworben werden können. Dabei wird zwischen allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen unterschieden.

Das wesentliche Ziel der Bildungsstandards ist es, die Qualität des Unterrichts zu steigern und dadurch die Leistungen und fachbezogenen Einstellungen aller Schüler*innen zu verbessern. Entsprechend sollen die Standards eine Orientierung über verbindliche Zielerwartungen bieten. Verbunden mit den Bildungsstandards in der Primarstufe sind damit auch Möglichkeiten zur Überprüfung, inwieweit diese Ziele am Ende der Klassenstufe 4 erreicht worden sind.

Die *allgemeinen mathematischen Kompetenzen* umfassen fachliche Fähigkeiten, die in allen Inhaltsbereichen der Mathematik bedeutsam sind. Im Einzelnen sind dies:

- Technische Grundfertigkeiten,¹
- Problemlösen,
- Kommunizieren,
- Argumentieren,

¹ In den „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich“ der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 (<https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/subject>) ist die allgemeine mathematische Kompetenz „Technische Grundfertigkeiten“ nicht enthalten. Im Zuge der Entwicklung von Kompetenzstufenmodellen in Mathematik für den Primarbereich wurden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen durch die sechste Dimension der „Technischen Grundfertigkeiten“ ergänzt, weil diese Dimension in den anderen allgemeinen mathematischen Kompetenzen nicht hinreichend abgedeckt schien (Winkelmann & Robitzsch, 2009). Ferner hat sich gezeigt, dass diese Dimension vor allem zur differenzierten Beschreibung der Aufgaben im unteren Leistungsbereich hilfreich ist. Die Ergänzung findet sich auf Seite 5 des „Kompetenzstufenmodells zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)“ in der Fassung vom 11.02.2013 unter <https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm>.

- Darstellen,
- Modellieren.

Die für die Primarstufe beschriebenen inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen beziehen sich auf fünf mathematische Leitideen:

- Zahlen und Operationen,
- Raum und Form,
- Muster und Strukturen,
- Größen und Messen,
- Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit.

Diese Leitideen sollen den Schüler*innen helfen, zentrale mathematische Konzepte kennenzulernen und zu verstehen sowie den vernetzten Charakter der Mathematik zu erkunden. Zu den Leitideen werden inhaltsbezogene Kompetenzen unterschiedlichen Abstraktionsgrades formuliert (Kultusministerkonferenz, 2005).

2.2 Kompetenzstufen im Fach Mathematik

Die oben kurz dargestellte Konzeption der Bildungsstandards Mathematik bildet einen theoretischen Rahmen zur Ausrichtung von Mathematikunterricht. Im Sinne der „Output-Orientierung“ ist von Interesse, was Schüler*innen verschiedener Altersstufen und verschiedener Bildungsgänge hinsichtlich der allgemeinen und inhaltsbezogenen Kompetenzen „tatsächlich können“.

Auf der Grundlage empirischer Daten lassen sich sowohl Aufgaben – nach Schwierigkeit –, als auch die Schüler*innen – nach Leistungsfähigkeit – verschiedenen „Kompetenzstufen“ zuordnen, was allen für die Unterrichtskonzeption Verantwortlichen hilfreiche Orientierungen geben kann.

Mit Hilfe entsprechender Daten wurde ein Kompetenzstufenmodell² erarbeitet, das fünf hierarchisch angeordnete Kompetenzstufen enthält, die bei der Beschreibung von mathematischen Basiskompetenzen beginnen und bis zur Identifizierung eines elaborierten und souveränen Umgangs mit Mathematik in der Primarstufe gehen (Reiss, Roppelt, Haag, Pant & Köller, 2012; Reiss & Winkelmann, 2008; 2009). Das Modell umfasst alle in den Bildungsstandards ausgewiesenen mathematischen Leitideen. Es ermöglicht auf breiter Basis die Interpretation der mathematischen Kompetenz von Schüler*innen am Ende der vierten Jahrgangsstufe.

² Die Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich wurden 2004 verabschiedet und 2022 weiterentwickelt. Die bisher vorliegenden Kompetenzstufenmodelle, auf die sich das vorliegende didaktische Material bezieht, wurden auf Basis der Bildungsstandards von 2004 entwickelt. Mit der Normierung neu entwickelter Testaufgaben nach den Bildungsstandards von 2022 werden ab 2027 neue Kompetenzstufenmodelle vorliegen.

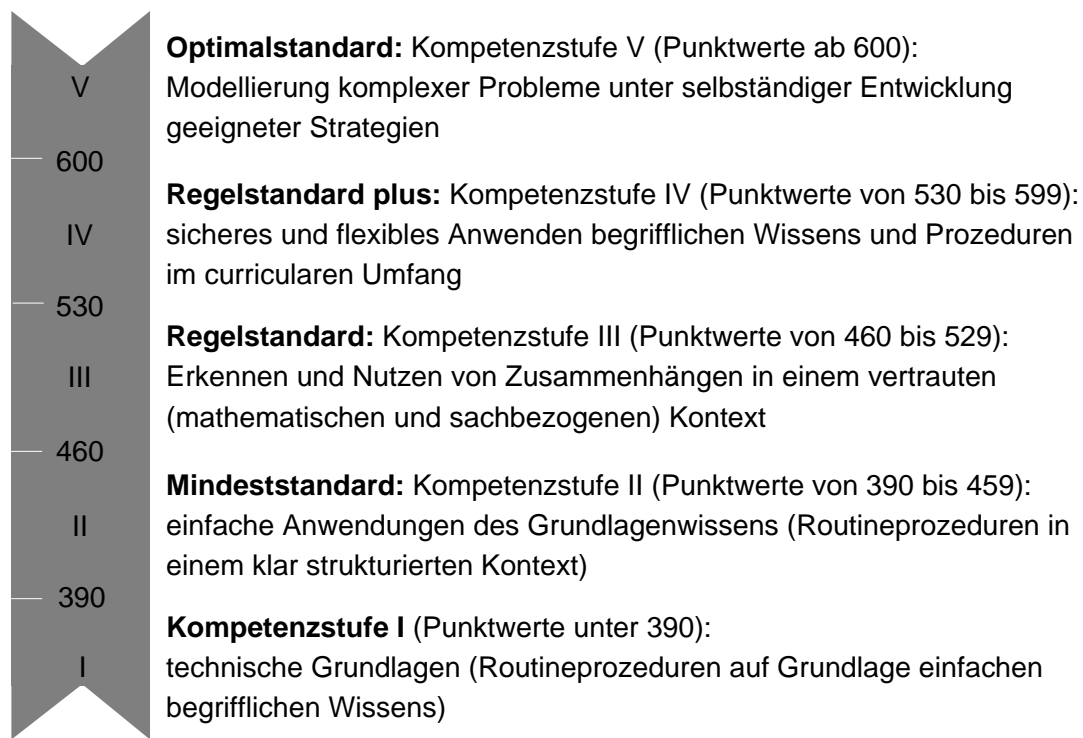


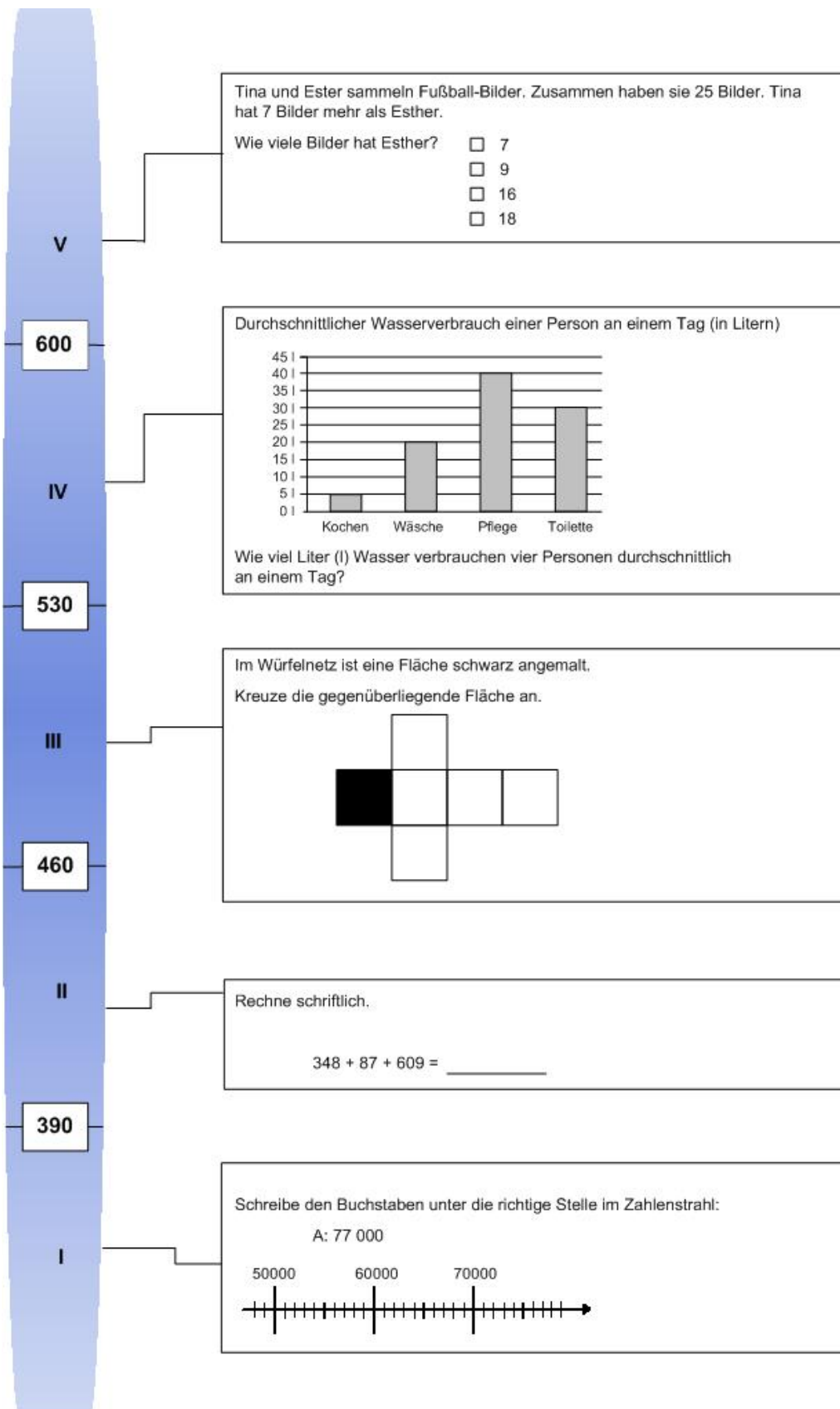
Abbildung 1. Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik in der Grundschule. IQB, 2013, S. 20.

Mindeststandard. Für den Mindeststandard wurde das obere Ende von Kompetenzstufe I als Schwellenwert gewählt. Alle Aufgaben mit Kennwerten unterhalb dieses Schwellenwerts stellen nur solche Anforderungen, deren einigermaßen sichere Erfüllung von *allen* Schüler*innen des jeweiligen Bildungsgangs erwartet werden muss. Deshalb spricht man hier vom Mindeststandard des Bildungsgangs. Schüler*innen, die zum Ende der vierten Jahrgangsstufe die Kompetenzstufe II nicht erreichen und somit diesen Mindeststandard von 390 Punkten nicht erfüllen, haben einen besonderen *Förderbedarf*.

Regelstandard. Der *Regelstandard*, den die Schüler*innen zum Ende der vierten Jahrgangsstufe zumindest *im Durchschnitt* erfüllen sollen, ist höher angesetzt. Schüler*innen, die mindestens 460 Punkte und damit die Kompetenzstufe III oder eine höhere erreicht haben, erfüllen die in den Bildungsstandards beschriebenen Erwartungen und erreichen den von der Kultusministerkonferenz (KMK) festgelegten Regelstandard.

Die oberste Stufe des hier vorgestellten Kompetenzmodells ist nach oben offen, d. h. es sind prinzipiell noch schwierigere Items und noch höhere Leistungen möglich, als in der zugrunde liegenden Erhebung vorkamen. Dementsprechend ist die niedrigste Stufe nach unten offen, d. h. es sind noch leichtere Items denkbar, die auch von sehr schwachen Schüler*innen gelöst werden können.

In der folgenden Abbildung sind Beispielaufgaben unterschiedlicher Schwierigkeit den einzelnen Stufen zugeordnet:



Aus Platzgründen sind die Aufgaben in modifiziertem Layout dargestellt.

Abbildung 2. Globales Kompetenzstufenmodell und illustrierende Aufgaben
s. S. 14 des Kompetenzstufenmodells in der Fassung vom 11.02.2013, abrufbar unter
<https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm>

3. Die Leitidee Größen und Messen

Der inhaltsbezogene Kompetenzbereich Größen und Messen zeichnet sich im Besonderen durch seinen unmittelbaren Bezug zur Lebenswelt aus. Er ist damit unerlässlich für den Aufbau mathematischer Grundbildung und ermöglicht es den Kindern, kritisch und reflektiert mit ihrer Umwelt umzugehen. Neben diesem anwendungsbezogenen Aspekt stellt diese Domäne aber auch ein wichtiges Bindeglied zwischen Arithmetik und Geometrie dar, wobei insbesondere der Unterscheidung zwischen Maßzahlen und Rechenzahlen große Bedeutung zukommt. Explizit sollen folgende Kompetenzen in diesem Bereich aufgebaut werden:

- Größenvorstellungen besitzen
- mit Größen in Sachsituationen umgehen können

3.1 Die Bildungsstandards im Bereich Größen und Messen

Größenvorstellungen besitzen

Tragfähige Vorstellungen von Größen basieren auf der Kenntnis der Standardeinheiten der verschiedenen Größen und deren Repräsentanten. Über Stützpunktvorstellungen (z. B. ein erwachsener Mann ist etwa zwei Meter groß, eine Schulstunde dauert 45 Minuten, ...) können Größen geschätzt werden, indem sie direkt gedanklich verglichen werden oder indem gedanklich mit einem Vergleichsmaß gemessen wird.

Am Beispiel der Aufgabe „Maßeinheiten einsetzen“ (Abbildung 5) werden diese relevanten Aspekte des Kompetenzbereichs „Größenvorstellungen besitzen“ deutlich.

Zur Bearbeitung der Aufgabe müssen die Schülerinnen und Schüler die Standardeinheiten *des Bereichs* Längen kennen und den jeweiligen Maßeinheiten Repräsentanten *zuordnen*.

Setze die richtige Maßeinheit ein.

mm

cm

m

km

n

Eine Tür ist ungefähr 2 _____ hoch.

Ein Floh ist ungefähr 3 _____ lang.

Ein Autobus ist ungefähr 14 _____ lang.

Von Hamburg nach München sind es ungefähr 800 _____.

Ein Filzstift ist ungefähr 17 _____ lang.

Abbildung 3. Aufgabe „Maßeinheiten einsetzen“, VERA-3 Mathematik 2013

Für die Grundschule relevante Größenbereiche sind neben Längen die Größenbereiche Geldwerte, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte/Hohlmaße. Es sollen jeweils verschiedene Größen verglichen, gemessen und geschätzt sowie Größenangaben in

unterschiedliche(n) Schreibweisen dargestellt bzw. umgewandelt werden. Dabei verwenden die Schülerinnen und Schüler auch einfache Bruchzahlen, die im Alltag gebräuchlich sind.

Mit Größen in Sachsituationen umgehen können

Ein zweiter Aspekt im Bereich Größen und Messen umfasst den Umgang mit Größen in Sachsituationen. Dabei soll der Mathematikunterricht die Kinder unterstützen, Fähigkeiten bezüglich des Messens und Schätzens von Größen aufzubauen und zu erweitern, mit Größen zu rechnen, Sachaufgaben mit Größen zu lösen und Messinstrumente entsprechend zu klassifizieren.

Wie die Aufgabe „Fahrplan Schulbus“ (Abbildung 6) zeigt, umfasst die Kompetenz „mit Größen in Sachsituationen umgehen“ nicht nur das Lösen von Sachaufgaben mit Größen, sondern auch den geeigneten Umgang mit Einheiten. Auch der geeignete Umgang mit Messgeräten ist eine wichtige Kompetenz.

Fahrplan - Schulbus			
Haltestellen	Abfahrtszeit		
Schulstraße	11.15	12.00	13.20
Kleine Straße	11.31	12.16	13.36
Neudorf	11.45	12.30	13.50
Siedlung	12.02	12.47	14.04
Sportplatz	12.17	13.02	14.22
Gartenallee	12.25	13.10	14.30



Grafik: © IQB

Du bist um 11.50 Uhr an der Haltestelle „Schulstraße“.

Der nächste Bus kommt pünktlich. In wie vielen Minuten fährt er ab?

In _____ Minuten.

Abbildung 4. Aufgabe „Fahrplan Schulbus“, VERA-3 Mathematik 2013

Die Schülerinnen und Schüler verfügen in der Regel bereits über zahlreiche *Erfahrungen in Bezug auf Größen*. Diese sollen beim Lösen von Sachproblemen herangezogen werden. Gegebenenfalls wird mit *Näherungswerten gerechnet* und *Größen* werden *begründet geschätzt*. Die Aufgabe „Weitsprung“ (Abbildung 7) kann beispielhaft für die Anwendung von Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt der Kinder stehen. In diesem Fall müssen die Kinder Größenvorstellungen aus dem Bereich Längen zur Begründung verwenden.

Eric hat aufgeschrieben, wie weit die Kinder beim Sport gesprungen sind.

Welche Aussage kann nicht stimmen? Kreuze an.

- ☐ Simon: 2 m 90 cm
- ☐ Ellen: 3 m 10 cm
- ☐ Lili: 20 m 70 cm
- ☐ Max: 3 m 20 cm
- ☐ Jan: 3 m

Begründe deine Wahl.



Abbildung 5. Aufgabe „Weitsprung“, VERA-3 Mathematik 2013

3.2 Hinweise für den Unterricht

Für die Erarbeitung der Größen werden verschiedene Prinzipien und Aktivitäten vorgeschlagen, die als Orientierung und didaktisches Hintergrundwissen dienen können (vgl. Radatz & Schipper, 1998).

Im Folgenden werden diese am Beispiel Längen dargestellt:

Erste Erfahrungen in Sach- und Spielsituationen sammeln

- Themen aus der Lebenswelt der Kinder aufgreifen (z. B. Sportfest, Körpergröße, ...)

Direkter Vergleich von Repräsentanten einer Größe

- direktes Nebeneinanderstellen oder -legen mit Angabe der Größenrelation (z. B. größer/kleiner, länger/ kürzer, dicker/dünnere, breiter/schmäler ...)
- Repräsentanten (zu messende Gegenstände) müssen dazu zur gleichen Zeit am gleichen Ort sein

Indirekter Vergleich mit nicht standardisierten Maßeinheiten

- willkürliche Maßeinheiten: Körpermaße (wie Fingerbreite, Fußlänge, Handspanne ...), Stäbe, Bänder ...
- Stufe des ersten Messens: „Maßeinheit“ wird wiederholt ohne Lücke und Überschneidung angelegt und das Enthaltensein gezählt (z. B. Tischbreite: 8 Handspannen – 8 ist die Maßzahl, Handspannen die Maßeinheit)
- Die Notwendigkeit standardisierter Einheiten wird erkannt, da bei nicht standardisierten Maßeinheiten unterschiedliche Ergebnisse entstehen.

Indirekter Vergleich mit Hilfe standardisierter Maßeinheiten

- Erarbeitung der standardisierten Einheiten (cm, m, mm, km)
- Die Beziehungen zwischen standardisierten Einheiten (z. B. m, cm) sind mathematisch definiert im Gegensatz zu den Beziehungen zwischen nicht standardisierten Maßeinheiten wie Handspanne oder Fuß.
- Vergleiche sind wiederholbar und führen zu gleichen Ergebnissen: z. B. Tischbreite gemessen: heute, morgen, an einem anderen Ort: 100 cm

Messen mit technischen Hilfsmitteln

- Erarbeitung des Umgangs mit verschiedenen Messinstrumenten: Anlegen des Lineals am Nullpunkt, Nutzen der Skalierung, Thematisierung verschiedener Skalierungen
- Erkennen der Zweckmäßigkeit eines Messgerätes: Die Auswahl des Messgerätes ist vom Messobjekt abhängig.
- vielfältige Messhandlungen und -erfahrungen ermöglichen

Entwickeln von Größenvorstellungen

- Aufbau von Stützpunktvorstellungen durch Messerfahrungen: z. B. 1 cm – etwa Breite eines Fingers, 1 m – Höhe der Tafel
- Übungen zum Schätzen

Verfeinern und Vergrößern der Maßeinheiten

- Notwendigkeit von feineren und gröberen Einheiten
- Erarbeiten weiterer Einheiten
- Verfeinern: m \rightarrow cm, cm \rightarrow mm / Vergrößern: mm \rightarrow cm, cm \rightarrow m, m \rightarrow km

Rechnen

- Rechnen in einer Einheit und mit zusammengesetzten Einheiten
- Kenntnis von Umrechnungszahlen
- Umrechnen in verschiedene Einheiten

Bei einigen Größenbereichen lassen sich nicht alle dieser hier geschilderten Prinzipien und Aktivitäten gleichermaßen sinnvoll umsetzen (beispielsweise der direkte oder indirekte Vergleich im Größenbereich Geldwerte). Dies muss jeweils kritisch reflektiert werden.

Ein Schwerpunkt bei der Arbeit mit allen Größen ist die Entwicklung von Größenvorstellungen. Sie sind grundlegend beim Schätzen und auch bei der Bewertung von errechneten Ergebnissen in Sachkontexten. Größenvorstellungen entwickeln sich vor allem durch handlungsorientiertes Arbeiten. Es gilt, vielfältige Gelegenheiten zum Vergleichen, Messen und Schätzen zu schaffen und diese regelmäßig im Unterricht immer wieder aufzugreifen.

Anmerkungen zum Schätzen

Schätzen ist im Zusammenhang mit Größen eine zentrale Fähigkeit mit großem Realitätsbezug.

Sinnvoll sind Aufgaben, bei denen das Schätzen nötig ist, weil

- keine genauen Angaben vorliegen (z. B. Länge der Autoschlange im Stau)
- ein Schätzwert schneller ermittelt ist (z. B. Gewicht Schulranzen)
- der Schätzwert ausreicht (z. B. Einkauf für den Kindergeburtstag)
- kein Messinstrument vorhanden ist (z. B. Höhe eines Baumes im Wald)
- das Ereignis in der Zukunft liegt (z. B. Einnahmen zum Schulfest)

Kinder erfahren so, dass Schätzen kein Raten ist, sondern, dass eine ungefähre Größenangabe durch gedankliches Vergleichen mit individuell bekannten Größen ermittelt werden soll.

Strategien zum Schätzen sind der **direkte Vergleich** (Man stellt sich einen bekannten Repräsentanten vor, vergleicht gedanklich und ermittelt ebenfalls gedanklich den Unterschied, z. B. Max ist so groß wie die Tür.) oder der **indirekte Vergleich** (Man misst gedanklich, z. B. Das Haus ist so hoch wie 5 Männer.).

Schätzwerte und die Strategien, die zu den Schätzwerten führen, sollten im Unterricht besprochen und begründet werden. Eine Thematisierung von passenden aber auch ungenauen Ergebnissen würdigt einerseits die Schülerleistung und hilft den Kindern andererseits, die Anwendung der Stützpunktvorstellung zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen.

4. Weitere Anregungen für den Unterricht

Aufgaben wie die in VERA-3 können nicht nur zur Feststellung des Leistungsstandes, sondern auch zur unterrichtlichen Förderung von Kompetenzen dienen. Dabei sei betont, dass nicht die Aufgaben per se bei den Schülerinnen und Schülern zur Ausformung, Festigung und Weiterentwicklung der zu ihrer Lösung benötigten Kompetenzen führen, sondern nur eine den Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler angepasste Auswahl kompetenzorientierter Aufgaben und deren adäquate Behandlung im Unterricht. Die Lernenden müssen – so belegen viele empirische Untersuchungen – ausreichend Gelegenheiten haben, die entsprechenden kompetenzbezogenen Tätigkeiten (wie Argumentieren oder Modellieren) selbst zu vollziehen, mehr noch, über diese Tätigkeiten zu reflektieren, Lösungswege zu begründen, verschiedene Wege zu vergleichen, Ergebnisse kritisch zu diskutieren und vieles andere mehr. Die Ergebnisse nationaler und internationaler Leistungsvergleiche weisen darauf hin, dass im Mathematikunterricht noch bewusster und noch konsequenter als bislang die umfassende Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler im Mittelpunkt der Arbeit stehen sollte. In einem so verstandenen „kompetenzorientierten Unterricht“ achtet die Lehrkraft noch mehr als bisher auf die individuellen Kompetenzstände der Kinder und macht Aufgabenangebote für verschiedene Leistungsniveaus.

So ist insbesondere auch im Bereich *Größen und Messen* mit unterschiedlichen Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler zu rechnen. Tätigkeiten im Unterricht knüpfen an Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler an. Insbesondere das Verständnis von Messen und Maßen und die Erarbeitung der verschiedenen Größenbereiche (Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte) stehen im Vordergrund. Ein Schwerpunkt bei der Arbeit mit Größen ist die Entwicklung von Größenvorstellungen. Sie sind grundlegend beim Schätzen und auch bei der Bewertung von errechneten Ergebnissen in Sachkontexten. Größenvorstellungen entwickeln sich vor allem durch handlungsorientiertes Arbeiten. Es gilt, vielfältige Gelegenheiten zum Vergleichen, Messen und Schätzen zu schaffen und diese regelmäßig im Unterricht immer wieder aufzugreifen.

Viele weitere Vorschläge für kompetenzorientiertes Unterrichten sind z. B. in Hirt & Wälti (2008) oder Walther et al. (2012) enthalten.

Die im Folgenden stichwortartig genannten Aspekte sind kennzeichnend für „Unterrichtsqualität“ im Fach Mathematik. Etwas systematischer kann man dabei drei Komponenten unterscheiden³.

- Eine *fachlich gehaltvolle Unterrichtsgestaltung*, die den Kindern immer wieder vielfältige Gelegenheiten zu kompetenzbezogenen Tätigkeiten bietet (zum mathematischen Modellieren, zum Argumentieren, zum Kommunizieren usw.) und bei der vielfältige Vernetzungen sowohl innerhalb der Mathematik als auch zwischen Mathematik und Realität hergestellt werden.

³ Man vgl. dazu das einleitende Kapitel in Blum et al. (2006).

- Eine *konsequente kognitive Aktivierung der Lernenden* in einem Unterricht, der geistige Schülertätigkeiten herausfordert, selbständiges Lernen und Arbeiten ermöglicht und ermutigt, lernstrategisches Verhalten (heuristische Aktivitäten) fördert und ein stetes Nachdenken über das eigene Lernen und Arbeiten (metakognitive Aktivitäten) stimuliert.
- Eine *effektive und schülerorientierte Unterrichtsführung*, bei der verschiedene Formen und Methoden flexibel variiert werden, Stunden klar strukturiert sind, eine störungspräventive und fehleroffene Lernatmosphäre geschaffen wird und Lernen und Beurteilen erkennbar getrennt sind.

Es gibt sicher keinen universellen Königsweg zum Unterrichtserfolg. Man weiß aber aus vielen empirischen Untersuchungen, dass Unterricht nur dann positive Effekte haben kann, wenn hinreichend viele dieser Qualitätskriterien erfüllt sind (vgl. u. a. Helmke, 2006).

Ein naheliegender Weg zur Realisierung eines solchen Unterrichts im Fach Mathematik ist die Verwendung eines breiten Spektrums kompetenzorientierter Aufgaben, darunter auch „selbstdifferenzierende“ (d. h. Aufgaben, die Zugänge auf unterschiedlichen Niveaus ermöglichen und dadurch für stärkere wie schwächere Schülerinnen und Schüler gleichermaßen geeignet sind).

Gerade offenere Aufgabenvarianten sind hier besonders gut geeignet, da sie Schülerinnen und Schülern ermöglichen, entsprechend ihrer Fähigkeiten eigene Wege zu gehen und selbständig Lösungen zu finden. Die Lehrkraft kann dabei versuchen, möglichst viele dieser Lösungswege zu beobachten und im Bedarfsfall unterstützend einzugreifen, und sie kann nach der Bearbeitung unterschiedliche Schülerlösungen präsentieren und diskutieren lassen.

5. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1. Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik in der Grundschule. IQB, 2013, S. 20.5	
Abbildung 2. Globales Kompetenzstufenmodell und illustrierende Aufgaben	6
Abbildung 5. Aufgabe „Maßeinheiten einsetzen“, VERA-3 Mathematik 2013	7
Abbildung 6. Aufgabe „Fahrplan Schulbus“, VERA-3 Mathematik 2013.....	8
Abbildung 7. Aufgabe „Weitsprung“, VERA-3 Mathematik 2013.....	9

6. Literaturverzeichnis

- Blum, W. (2006). Die Bildungsstandards Mathematik. Einführung.
In: W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen* (S. 14-32); Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.
- Helmke, A. (2006). Was wissen wir über guten Unterricht? *Pädagogik*, 2, 42-45.
- Hirt, U. & Wälti, B. (2008). *Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte*. Hannover: Friedrich Verlag.
- Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (2013). *Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4) in der Fassung vom 11.02.2013*. (<https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm>)
- KMK (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)*. Beschluss vom 15.10.2004. (<https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/subject> und <https://www.kmk.org/de/themen/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards.html>)
- Radatz, H. & Schipper, W. (Hrsg.) (1998). *Handbuch für den Mathematikunterricht*. Band 2: 2. Schuljahr. Hannover: Schroedel.
- Reiss, K. & Winkelmann, H. (2008). Step by step. Ein Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik. *Grundschule*, 40 (10), 34-37.
- Reiss, K. & Winkelmann, H. (2009). Kompetenzstufenmodelle für das Fach Mathematik im Primarbereich.
In: D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule* (S. 120-141). Weinheim: Beltz.
- Reiss, K., Roppelt, A., Haag, N., Pant, H. A. & Köller, O. (2012). Kompetenzstufenmodelle im Fach Mathematik.
In: P. Stanat, H. A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik* (S. 72-84). Münster: Waxmann.
- Walther, G., van den Heuvel-Panhuizen, M., Granzer, D. & Köller, O. (2012). *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret*. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Winkelmann, H. & Robitzsch, A. (2009). Modelle mathematischer Kompetenzen: Empirische Befunde zur Dimensionalität.
In: D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule* (S. 169-196). Weinheim: Beltz.