Kernlehrplan
für das Abendgymnasium und das Kolleg
in Nordrhein-Westfalen

Mathematik

NORDRHEIN-WESTFALEN NORDRHEIN-WESTFALEN NORDRHEIN-WESTFALEN
NORDRHEIN-WESTFALEN NORDRHEIN-WESTFALEN
NORDRHEIN-WESTFALEN NORDRHEIN-WESTFALEN NORDRHEIN-WESTFALEN

Ministerium für
Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

Herausgegeben vom
Ministerium für Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen
Völklinger Straße 49, 40221 Düsseldorf
Telefon 0211-5867-40
Telefax 0211-5867-3220

www.schulministerium.nrw
poststelle@msb.nrw.de

2023

Vorwort

Liebe Leserinnen und Leser,

Auftrag von Schule und aller am Schulleben Beteiligten ist es, unsere Studierenden erfolgreich zur Teilhabe und zur selbstbestimmten Gestaltung ihrer Zukunft zu befähigen. Der Unterricht in den Bildungsgängen von Abendgymnasium und Kolleg zielt auf eine vertiefte allgemeine Bildung. Die Basis hierfür bilden die Lehrpläne. Sie sind auch die Grundlage für die Gestaltung eines wissenschaftspropädeutischen Unterrichts, der zur allgemeinen Studierfähigkeit führt und auf die Berufs- und Arbeitswelt vorbereitet. Der gesellschaftliche und technologische Wandel, die Weiterentwicklung der Fächer sowie bundesweit geltende Vereinbarungen der Länder erfordern, dass Bildungsziele und Bildungsinhalte immer wieder zeitgemäß gefasst werden.

Die formalen und inhaltlichen Weiterentwicklungen der Kernlehrpläne stärken und schärfen den eingangs genannten Bildungsauftrag, indem sie obligatorische Wissensbestände, Fähigkeiten und Fertigkeiten noch konkreter und klarer als bislang ausweisen.

Die vorliegenden landeseigenen Unterrichtsvorgaben berücksichtigen die von der Kultusministerkonferenz verabschiedeten Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife. Ziel ist eine bundesweit höhere Vergleichbarkeit von Lerninhalten, Kompetenzen und Abschlüssen.

Die Kernlehrpläne setzen landesweite Standards und konzentrieren sich auf die im Bildungsgang von den Studierenden zu erwartenden Lernergebnisse und Kompetenzen. Auf welche Weise die Lernergebnisse insgesamt erreicht werden, liegt in der Verantwortung der Lehrkräfte vor Ort und damit in deren pädagogischer Freiheit. Auf Schulebene werden die Unterrichtsvorgaben in schuleigene Vorgaben, d.h. in schulinterne Lehrpläne, konkretisiert. In ihnen verschränken sich die fachübergreifenden und fachlichen Unterrichtsvorgaben mit den konkreten Rahmenbedingungen der Schule, den Lernvoraussetzungen und Lernmöglichkeiten der Studierenden. Auch die Einbindung außerschulischer Partner und Lernorte wird berücksichtigt.

Ich danke allen, die an der Entwicklung der neuen Kernlehrpläne mitgewirkt haben sowie der Schulaufsicht für Maßnahmen zur Implementation. Vor allem danke ich den Lehrerinnen und Lehrern, die sich tagtäglich verantwortungsvoll der Bildung auch von Erwachsenen widmen und die Kernlehrpläne umsetzen.

Dorothee Feller
Ministerin für Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

Auszug Amtsblatt/Erlass

Zu BASS 15-63 Abendgymnasium und Kolleg

**Unterrichtsvorgaben für Schulen des Zweiten Bildungsweges –
Abendgymnasium und Kolleg
Lehrpläne**

RdErl. d. Ministeriums
für Schule und Bildung
v. 24.05.2023 - 526 – 2022-12-0000421

Für die den zweiten Bildungsweg an Abendgymnasien und Kollegs werden hiermit Kernlehrpläne gemäß § 29 SchulG (BASS 1-1) festgesetzt.

Sie treten zum 01.082023 beginnend mit der Einführungsphase aufsteigend in Kraft.

Bereich/Fach	**Bezeichnung**
Deutsch	Kernlehrplan
Mathematik	Kernlehrplan
Englisch	Kernlehrplan
Französisch	Kernlehrplan

Die Unterrichtsvorgaben sind veröffentlicht und abrufbar über den Lehrplannavigator: https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/

Die Schulen überprüfen auf Grundlage der o.g. Vorgaben ihre schuleigenen Vorgaben (schulinterne Lehrpläne) und entwickeln diese kontinuierlich weiter.

Zum 31.07.2023 treten die nachstehenden Kernlehrpläne auslaufend außer Kraft.

Heft-Nr.	**Bezeichnung**	**Fundstelle**
8202	Kernlehrplan Deutsch	20.06.2014, ABl. NRW, S. 342
8207	Kernlehrplan Mathematik	23.07.2014, ABl. NRW, S. 442
8203	Kernlehrplan Englisch	20.06.2014, ABl. NRW, S. 342
8211	Kernlehrplan Französisch	20.06.2014, ABl. NRW, S. 342

Inhalt

Vorbemerkungen: Kernlehrpläne als kompetenzorientierte Unterrichtsvorgaben

Kernlehrpläne leisten einen wichtigen Beitrag zur Sicherung des Anspruchsniveaus an der Einzelschule sowie im ganzen Land und schaffen notwendige Voraussetzungen für die Vergleichbarkeit von Lernergebnissen.

Kernlehrpläne

- bieten allen an Schule Beteiligten Orientierung über die Aufgaben und Ziele der Fächer,
- geben eine curriculare Stufung vor und legen fest, welche fachbezogenen Kompetenzen einschließlich zugrundeliegender Wissensbestände Studierende am Ende der Stufen erworben haben sollen,
- stellen eine landesweite Obligatorik strukturiert in fachspezifische Inhalte und darauf bezogene fachliche Kompetenzen dar,
- sind Grundlage für die Überprüfung von Lernergebnissen und Leistungsständen,
- fokussieren auf überprüfbares fachliches Wissen und Können. Aussagen zu allgemeinen, fächerübergreifend relevanten Bildungs- und Erziehungszielen werden im Wesentlichen außerhalb der Kernlehrpläne, u. a. in Richtlinien und Rahmenvorgaben getroffen. Sie sind neben den fachspezifischen Vorgaben der Kernlehrpläne bei der Entwicklung von schuleigenen Vorgaben und bei der Gestaltung des Unterrichts zu berücksichtigen;
- bilden die curriculare Grundlage für die Entwicklung schuleigener Unterrichtsvorgaben beziehungsweise schulinterner Lehrpläne (§ 29 sowie § 70 SchulG NRW),
- beschränken sich auf zentrale fachliche Fertigkeiten und Wissensbestände. So erhalten Schulen die Möglichkeit, aber auch die Aufgabe, gegebene Freiräume schul- und lerngruppenbezogen auszugestalten. In Verbindung mit dem Schulprogramm erfolgen Schwerpunktsetzungen im Unterricht in inhaltlicher, didaktischer und methodischer Hinsicht.

Die vorliegenden Kernlehrpläne für das Abendgymnasium und Kolleg lösen die bisherigen Kernlehrpläne ab und setzen die bundeseinheitlichen Vorgaben der Kultusministerkonferenz (Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife) für das Land Nordrhein-Westfalen um. Mit diesen landesweit einheitlichen Standards ist eine wichtige Voraussetzung dafür geschaffen, dass Studierende mit vergleichbaren Voraussetzungen die Zentralen Prüfungen des Abiturs ablegen können.

1 Aufgaben und Ziele des Faches

Gegenstand der Fächer im mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Aufgabenfeld (III) sind die empirisch erfassbare, die in formalen Strukturen beschreibbare und die durch Technik gestaltbare Wirklichkeit sowie die Verfahrens- und Erkenntnisweisen, die ihrer Erschließung und Gestaltung dienen.

Mathematik ist eine bedeutsame globale Kulturleistung. Sie stellt ein eigenständiges Gebäude aus Begriffen, Theorien und Strukturen dar, dass es ermöglicht, Ausschnitte der naturgegebenen Wirklichkeit und Vorgänge in komplexen Systemen wie der Wirtschaft und der Gesellschaft zu erfassen und zu verstehen.

Als Sprache der Naturwissenschaften und Technik ermöglicht die Mathematik wissenschaftliche Entwicklungen und Lösungen technischer Probleme und leistet damit einen wesentlichen Beitrag zur Gestaltung unserer modernen Welt. Ebenso bilden mit mathematischen Methoden gewonnene Erkenntnisse in Politik und Wirtschaft sowie in den Sozial- und Geisteswissenschaften häufig die Grundlage für Entscheidungen.

Dieser Kernlehrplan setzt die KMK-Bildungsstandards um und orientiert sich am Konzept eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts. Demnach sollen den Studierende im Mathematikunterricht am Abendgymnasium und Kolleg insbesondere die folgenden Grunderfahrungen ermöglicht werden:

- technische, natürliche, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mithilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen, beurteilen und beeinflussen (Mathematik als Anwendung),
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen und Bildern, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art erkennen und weiterentwickeln (Mathematik als Struktur),
- in der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen Kreativität und Problemlösefähigkeit, die über die Mathematik hinausgehen, erwerben und einsetzen (Mathematik als individuelle und kreative intellektuelle Tätigkeit).

Das Ziel des Mathematikunterrichts ist die vertiefte mathematische Grundbildung der Studierenden, die durch die zuvor dargestellten Grunderfahrungen ermöglicht wird.

Ein Mathematikunterricht, der Anwendungen als eine dieser Grunderfahrungen ernst nimmt, bildet die Voraussetzung zur eigenverantwortlichen Bewältigung der Anforderungen in der digitalen Welt, in Wirtschaft und Politik und des gesellschaftlichen Alltags. Als Basis für objektivierte Beurteilungen von Daten und Informationen ermöglicht die zu erreichende vertiefte mathematische Grundbildung fundierte Argumentationen in Entscheidungsprozessen und trägt so zur Entwicklung von Verantwortungsbereitschaft und zur Entwicklung der Persönlichkeit bei.

An zentralen mathematischen Ideen und grundlegenden mathematischen Begriffen wird im Mathematikunterricht die Bedeutung der Mathematik als kulturelle Errungenschaft exemplarisch erfahrbar gemacht. Der Mathematikunterricht trägt damit zur Stiftung einer kulturellen Kohärenz bei.

Im Mathematikunterricht werden beim Lösen von Aufgaben und im Umgang mit Problemen individuelle Zugänge bzw. kreative Lösungen entwickelt, ausgetauscht und diskutiert. Auch beim Beschreiten von Umwegen oder Irrwegen werden durch Reflexion neue Erkenntnisse gewonnen. Die Wirkung des Mathematikunterrichts entfaltet sich in der individuellen Auseinandersetzung mit fachlichen Strukturen ebenso wie in der wechselseitigen Verständigung und Kooperation. In diesem Sinne lassen sich zahlreiche Kompetenzerwartungen mit der Zielsetzung „Kommunizieren und Kooperieren" des Medienkompetenzrahmens NRW verknüpfen.

Ein so gestalteter Mathematikunterricht trägt wesentlich zur vertieften allgemeinen Bildung der Studierenden bei und wirkt weit über die Schulzeit hinaus. Das planvolle, systematische Vorgehen, ein präziser Sprachgebrauch und die folgerichtige Argumentation beim Erfassen von Zusammenhängen entwickeln das Denk- und Abstraktionsvermögen der Studierenden. Beim Entdecken von Zusammenhängen und Gesetzmäßigkeiten sowie dem Vergleichen und Bewerten von Lösungswegen bilden sich kognitive Strategien aus. Dadurch sind die Studierenden in der Lage, Situationen aus verschiedenen Blickwinkeln zu erfassen und Fragestellungen zu variieren. Die für die Mathematik typische systematische Analyse von Fragestellungen ermöglicht es, eine fundierte eigene Meinung zu bilden. Den Studierenden gelingt es, durch die eingesetzten Methoden die persönliche Urteilsfähigkeit auszubilden, um Ergebnisse zu überprüfen und zu werten.

Dieser Prozess des Kompetenzerwerbs wird durch die Lehrkräfte mithilfe sinnstiftender und motivierender Lernumgebungen initiiert, begleitet und ausgewertet. Die konkrete Gestaltung dieser Lernumgebungen ist nicht nur an der jeweiligen Kompetenzerwartung auszurichten, sondern muss auch dem Individuum ebenso wie der Lerngruppe als Ganzem gerecht werden. Authentische Situationen stellen den Bezug zwischen der Lebenswirklichkeit der Studierenden sowie den mathematischen Zusammenhängen und Erkenntnissen her. Die Lehrkräfte unterstützen die Studierenden bei verständnisorientierter Auseinandersetzung mit Mathematik, wecken Interesse an mathematikhaltigen Fragestellungen und ermöglichen Erfolgserlebnisse im Umgang mit mathematischen Problemstellungen. In einer Kultur der Digitalität gehört hierzu auch die reflektierte Auseinandersetzung mit textgenerierenden Systemen, die auf künstlicher Intelligenz beruhen. Das Lernen aus Fehlern ist immanenter Bestandteil des Lernprozesses. In einem derart gestalteten Mathematikunterricht ist die Diskussion über die Tragfähigkeit und Übertragbarkeit von Verfahren und Modellen Quelle für neue Erkenntnisse.

Unterricht in Mathematik muss geschlechtersensibel gestaltet werden, sodass alle Lernenden dazu ermutigt werden, ihr Interesse an mathematischen Zusammenhängen selbstbewusst zu verfolgen und so ihre Fähigkeiten und Entwicklungspotenziale zu nutzen.

Grundlage für den Unterricht am Abendgymnasium und Kolleg sind die spezifischen Rahmenbedingungen der Lernenden in der Schulform Weiterbildungskolleg. Die Eingangsvoraussetzungen der Studierenden werden durch ihre heterogenen und teilweise diskontinuierlichen Berufs- und Lernbiografien geprägt. Der Unterricht ist somit in besonderer Weise der individuellen Förderung verpflichtet. Dabei geht es darum, die Potenziale jeder und jedes Einzelnen zu erkennen, zu entwickeln, zu fördern, auf die unterschiedlichen Lernerfahrungen der Studierenden einzugehen und den Bildungsverlauf durch systematische individuelle Beratung und Unterstützung zu begleiten. Dies korrespondiert mit dem Leitbild des aktiven kooperativen und selbstständigen Lernens. In diesem Sinne bietet der Unterricht vielfältige und anregungsreiche Lerngelegenheiten, in denen die Studierenden ihr Können und Wissen in gut organisierter und vernetzter Weise erwerben, vertiefen und reflektieren sowie zunehmend mehr eigene Verantwortung für den Erwerb von Kompetenzen übernehmen. Studierende können dabei ihre unterschiedlichen Lebens- und Berufserfahrungen einbringen und sich gegenseitig Anregungen geben.

Im Rahmen des Bildungsauftrags des Weiterbildungskollegs leistet das Fach Mathematik einen Beitrag dazu, den Studierenden eine vertiefte Allgemeinbildung zu vermitteln. Der Bildungsgang des Abendgymnasiums und Kollegs schließt mit der Abiturprüfung ab und vermittelt die allgemeine Hochschulreife. Individuelle Schwerpunktsetzung und vertiefte allgemeine Bildung führen auf der Grundlage eines wissenschaftspropädeutischen Unterrichts zur allgemeinen Studierfähigkeit und bereiten auf die Berufs- und Arbeitswelt vor.

Zum wissenschaftspropädeutischen Arbeiten im Fach Mathematik gehört, dass die Lernenden zunehmend selbstständig und eigenverantwortlich arbeiten, eigenständig Informationsquellen erschließen, systematisch und heuristisch an Probleme herangehen, Arbeitsschritte sorgfältig dokumentieren sowie Ergebnisse selbstkritisch überprüfen und mit anderen diskutieren. Wissenschaftspropädeutisch Mathematik zu unterrichten, bedeutet vor allem im Leistungskurs exemplarisch in die wissenschaftliche Arbeitsweise der Mathematik einzuführen. Sie ist gekennzeichnet durch die induktive Gewinnung von Erkenntnissen, die zu allgemeinen Aussagen mit deduktiven Begründungen oder formalen Beweisen führt sowie die Verwendung und Weiterentwicklung formaler mathematischer Sprache.

Im Rahmen des allgemeinen Bildungs- und Erziehungsauftrags der Schule unterstützt der Unterricht im Fach Mathematik die Entwicklung einer mündigen und sozial verantwortlichen Persönlichkeit und leistet weitere Beiträge zu fachübergreifenden Querschnittsaufgaben in Schule und Unterricht, hierzu zählen u. a.

- Menschenrechtsbildung,
- Werteerziehung,
- politische Bildung und Demokratieerziehung,
- Bildung für die digitale Welt und Medienbildung,
- Bildung für nachhaltige Entwicklung,
- geschlechtersensible Bildung,
- kulturelle und interkulturelle Bildung.

Sprache ist ein notwendiges Hilfsmittel bei der Entwicklung von Kompetenzen und besitzt deshalb für den Erwerb einer mathematischen Grundbildung eine besondere

Bedeutung. Kognitive Prozesse des mathematischen Argumentierens, Kommunizierens, Modellierens, Problemlösens und Operierens sind ebenso sprachlich vermittelt wie der kommunikative Austausch darüber und die Präsentation von Lernergebnissen. In einem sprachsensiblen Fachunterricht erweitert sich der vorhandene Wortschatz durch eine aktive Auseinandersetzung mit fachlichen Inhalten, Prozessen und Ideen, und es entwickelt sich ein zunehmend differenzierter und bewusster Einsatz von Sprache.

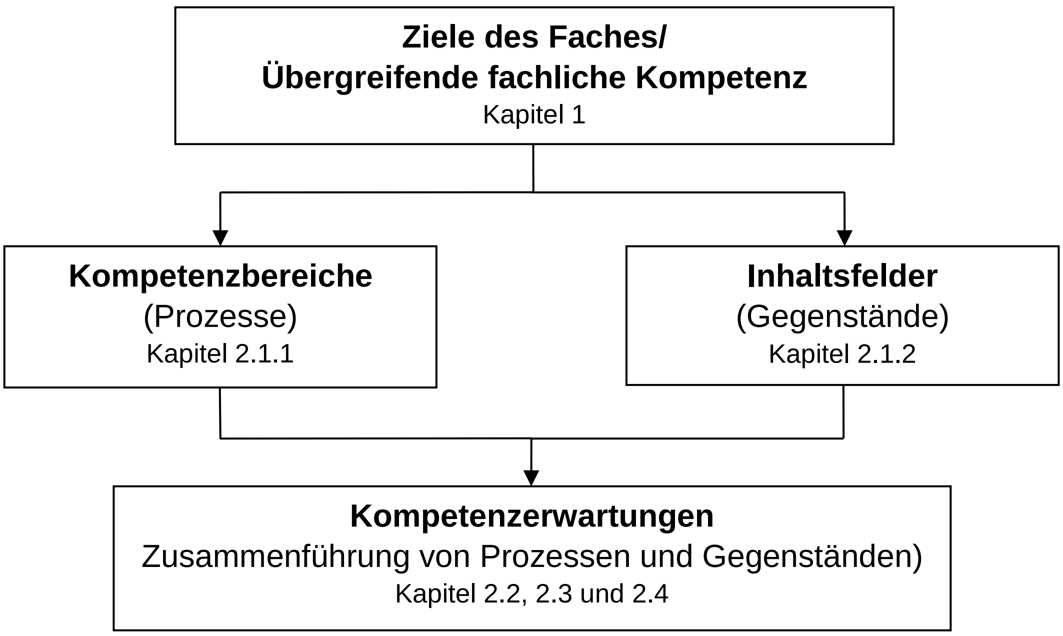
Die interdisziplinäre Verknüpfung von Schritten einer kumulativen Kompetenzentwicklung, inhaltliche Kooperationen mit anderen Fächern und Lernbereichen sowie außerschulisches Lernen und Kooperationen mit außerschulischen Partnern können sowohl zum Erreichen und zur Vertiefung der jeweils fachlichen Ziele als auch zur Erfüllung übergreifender Aufgaben beitragen.

Der vorliegende Kernlehrplan ist so gestaltet, dass er Freiräume für Vertiefung, schuleigene Projekte und aktuelle Entwicklungen lässt. Die Umsetzung der verbindlichen curricularen Vorgaben in schuleigene Vorgaben liegt in der Gestaltungsfreiheit – und Gestaltungspflicht – der Fachkonferenzen sowie in der pädagogischen Verantwortung der Lehrerinnen und Lehrer. Damit ist der Rahmen geschaffen, gezielt Kompetenzen und Interessen der Studierenden aufzugreifen und zu fördern bzw. Ergänzungen der jeweiligen Schule in sinnvoller Erweiterung der Kompetenzen und Inhalte zu ermöglichen.

2 Kompetenzbereiche, Inhaltsfelder und Kompetenzerwartungen

Im Kapitel „Aufgaben und Ziele“ der Kernlehrpläne werden u. a. die Ziele des Faches sowie die übergreifende fachliche Kompetenz, die Studierende im jeweiligen Fach entwickeln sollen, beschrieben.

Sie werden ausdifferenziert, indem fachspezifische Kompetenzbereiche und Inhaltsfelder identifiziert und ausgewiesen werden. Dieses analytische Vorgehen erfolgt, um die Strukturierung der fachrelevanten Prozesse einerseits sowie der Gegenstände andererseits transparent zu machen. In Kompetenzerwartungen werden beide Seiten miteinander verknüpft. Damit wird der Tatsache Rechnung getragen, dass der gleichzeitige Einsatz von Können und Wissen bei der Bewältigung von Anforderungssituationen eine zentrale Rolle spielt.



Kompetenzbereiche repräsentieren die Grunddimensionen des fachlichen Handelns. Sie dienen dazu, die einzelnen Teiloperationen entlang der fachlichen Prozesse zu strukturieren und den Zugriff für die am Lehr-Lernprozess Beteiligten zu verdeutlichen.

Inhaltsfelder systematisieren mit ihren jeweiligen inhaltlichen Schwerpunkten die im Unterricht verbindlichen und unverzichtbaren Gegenstände und liefern Hinweise für die inhaltliche Ausrichtung des Lehrens und Lernens.

Kompetenzerwartungen führen Prozesse und Gegenstände zusammen und beschreiben die fachlichen Anforderungen und intendierten Lernergebnisse.

Kompetenzerwartungen

- beziehen sich auf beobachtbare Handlungen und sind auf die Bewältigung von Anforderungssituationen ausgerichtet,
- stellen im Sinne von Regelstandards die erwarteten Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten auf einem mittleren Abstraktionsgrad dar,
- beschreiben Ergebnisse eines kumulativen, systematisch vernetzten Lernens,
- können in Aufgabenstellungen umgesetzt und überprüft werden.

Insgesamt ist der Unterricht am Abendgymnasium und am Kolleg nicht allein auf das Erreichen der aufgeführten Kompetenzerwartungen beschränkt, sondern soll es Studierenden ermöglichen, diese weiter auszubauen und darüber hinausgehendes Wissen und Können zu erwerben.

2.1 Kompetenzbereiche und Inhaltsfelder des Faches

Die Entwicklung der für das Fach Mathematik angestrebten vertieften mathematischen Bildung erfolgt durch die Vermittlung grundlegender fachlicher Prozesse, die den untereinander vernetzten Kompetenzbereichen zugeordnet werden können.

2.1.1 Kompetenzbereiche

Im Fach Mathematik werden die fünf Kompetenzbereiche Operieren, Modellieren, Problemlösen, Argumentieren und Kommunizieren unterschieden.

Operieren

Mathematisches Operieren bedeutet den Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik, ihre Darstellung sowie den Wechsel zwischen mathematischen Darstellungsformen sowohl mit als auch ohne Hilfsmittel. Mathematisches Operieren äußert sich in einem flexibel verfügbaren Handlungsvermögen, welches situativ eingesetzt und begründet werden kann. Es ist ein grundlegender Bestandteil aller mathematischen Prozesse.

Hilfsmittelfreies Operieren umfasst Fertigkeiten, Routineaufgaben und algorithmische Verfahren im Kalkülbereich und beruht auf dem verständigen Umgang mit mathematischen Objekten. Dies ermöglicht das Erkennen mathematischer Strukturen in neuartigen Situationen und das Anwenden und das Weiterentwickeln mathematischer Begriffe. Sicheres Operieren und verständnisorientiertes Mathematiklernen bedingen sich gegenseitig.

Das *Arbeiten mit Medien und Werkzeugen* macht auch komplexere Sachverhalte einer mathematischen Bearbeitung zugänglich und ermöglicht, mathematische Zusammenhänge zu visualisieren und zu dynamisieren. Dies erleichtert, begründete Vermutungen zu allgemeingültigen Aussagen aufzustellen und diese weiter zu bearbeiten. Ein sicheres hilfsmittelfreies Operieren bildet die Grundlage für einen verständigen Umgang mit Medien und Werkzeugen.

Modellieren

Um reale Situationen mathematisch zu erfassen und damit anwendungsbezogene Fragestellungen zu beantworten, wird der Prozess des mathematischen Modellierens in mehreren Teilschritten durchlaufen.

Dieser Prozess beinhaltet das *Strukturieren* der Situation im Hinblick auf eine Fragestellung. Darauf baut das *Mathematisieren* durch mathematische Begriffe und Objekte, Darstellungen und Aussagen auf; innerhalb des mathematischen Modells wird eine Lösung entwickelt. Zum *Interpretieren und Validieren* muss die Lösung als Antwort auf die Fragestellung bezogen und das gewählte mathematische Modell überprüft werden.

Problemlösen

Die Bearbeitung von anwendungsbezogenen oder innermathematischen Kontexten führt zu mathematischen Fragestellungen, die nicht unmittelbar mithilfe bekannter Lösungswege und Verfahren bearbeitet werden können. Das Problemlösen ist der Prozess der Bearbeitung solcher Problemsituationen.

Dieser Prozess beinhaltet das *Erkunden* der Situation, darauf aufbauend das *Lösen* durch Anwendung heuristischer Strategien oder planmäßiges Vorgehen sowie das *Reflektieren* der gefundenen Lösungswege.

Argumentieren

Bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Begriffen, Gesetzmäßigkeiten und Beweisen werden Argumentationsketten nachvollzogen und weitere Zusammenhänge vermutet oder entdeckt. Diese zu prüfen und ggf. zu verallgemeinern ist wesentlicher Bestandteil des mathematischen Argumentierens.

Das mathematische Argumentieren umfasst das *Vermuten* von mathematischen Zusammenhängen, das *Begründen* der erkannten Zusammenhänge durch Rückgriff auf Bekanntes und durch die Regeln des mathematischen Schlussfolgerns und Beweisens sowie das *Beurteilen* von Argumentationen.

Kommunizieren

Mathematisches Kommunizieren beinhaltet die adressaten- und sachgerechte Versprachlichung mathematischer Sachverhalte, Problemstellungen und Lösungsideen. Die Verwendung von Fachsprache ermöglicht, mathematische Aussagen präzise und eindeutig zu formulieren und zu präsentieren. Für die Mathematik sind neben der verbalen Darstellung insbesondere die ikonische und die symbolische Darstellung von zentraler Bedeutung.

Mathematisches Kommunizieren umfasst das *Rezipieren*, *Produzieren* und *Diskutieren* fachlicher Bearbeitungen.

2.1.2 Inhaltsfelder

Kompetenzen sind immer an fachliche Inhalte gebunden. Eine vertiefte mathematische Bildung soll deshalb mit Blick auf die nachfolgenden Inhaltsfelder bis zum Ende der Qualifikationsphase entwickelt werden.

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis (A)

In vielfältigen Anwendungssituationen spielt die simultane Betrachtung zweier Größen eine besondere Rolle, wobei eine als von der anderen abhängig betrachtet wird. Funktionen sind mathematische Modelle für solche Zusammenhänge. Im Rahmen der Analysis wird die Beschreibung und Untersuchung funktionaler Zusammenhänge vertieft, indem die jeweils zueinander inversen Fragestellungen der Bestimmung von Änderungsraten (Ableitung) und der Rekonstruktion des Bestandes aus Änderungsraten (Integral) bzw. der Bestimmung von Tangenten an Funktionsgraphen (Ableitung) und der Berechnung von Flächeninhalten unter Funktionsgraphen (Integral) systematisch bearbeitet werden.

Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Die Geometrie umfasst den quantitativen und den qualitativen Umgang mit ebenen und räumlichen Strukturen. Die Idee der Koordinatisierung ermöglicht deren vertiefte Untersuchung mit algebraischen Mitteln im Rahmen der Analytischen Geometrie. Die Beschreibung mittels Vektoren erlaubt dabei den Rückgriff auf das universelle Handwerkszeug der Linearen Algebra. Aus der Idee der Parametrisierung ergeben sich Beschreibungen für geometrische Objekte sowie für geradlinige Bewegungen im Raum. Nach der Metrisierung des Raumes mit dem Skalarprodukt lassen sich nicht nur Winkel-, Längen- und Abstandsmessungen durchführen, sondern auch die strategischen und rechnerischen Bearbeitungsmöglichkeiten für geometrische Fragestellungen erweitern.

Inhaltsfeld Stochastik (S)

Die Stochastik umfasst die Mathematik der Daten und des Zufalls, die durch das Auswerten von Stichproben und das Simulieren stochastischer Vorgänge verbunden sind. Stochastische Methoden ermöglichen es, viele Fragestellungen des Alltags rational quantitativ zu bearbeiten sowie Entscheidungen und Prognosen unter Unsicherheit zu treffen. Zufallsbedingte Phänomene können durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen modelliert werden. Das Schätzen von Parametern erlaubt es, die Modellbildung auf Grundlage einer Stichprobe vorzunehmen und zu beurteilen.

Vernetzung der Inhaltsfelder

Die Inhaltsfelder *Analysis*, *Analytische Geometrie und Lineare Algebra* sowie *Stochastik* sind nicht isoliert nebeneinander zu betrachten, vielmehr werden sie konzeptionell vernetzt (z. B. durch übergreifende Konzepte wie funktionaler Zusammenhang, Mittelwert, Kumulation, Iteration, Grenzwert). Wo möglich sollten Vernetzungen im Unterricht sichtbar werden.

Verknüpfung von Kompetenzbereichen und Inhaltsfeldern

Am Abendgymnasium und am Kolleg werden fachliche Prozesse erweitert, vertieft und reflektiert. Durch die Verbindung mit Inhaltsfeldern in zunehmend komplexen und kognitiv anspruchsvollen Lernsituationen werden prozessbezogene Kompetenzen vertieft, ausdifferenziert und miteinander vernetzt. Im Sinne erwarteter mathematischer Kompetenz ist prinzipiell jede Verknüpfung von fachlichen Prozessen und fachlichen Gegenständen denkbar und relevant. Dennoch muss im Unterricht nicht jede einzelne Verknüpfung explizit in den Blick genommen werden.

Im Mathematikunterricht stehen anwendungsbezogene Fragestellungen gleichberechtigt neben innermathematischen Fragestellungen. Wo möglich sollten fächerverbindende Aspekte Berücksichtigung finden.

2.2 Prozessbezogene Kompetenzen bis zum Ende der Qualifikationsphase

Am Ende der Qualifikationsphase sollen die Studierenden über die im Folgenden in den fünf Kompetenzbereichen genannten prozessbezogenen Kompetenzen verfügen. Die in diesem Kapitel aufgeführten prozessbezogenen Kompetenzen werden in den Kapiteln 2.3 und 2.4 bezogen auf die Inhaltsfelder als Kompetenzerwartungen konkretisiert.

Operieren

Hilfsmittelfreies Operieren

Die Studierenden

(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,
(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen.

Arbeit mit Medien und Werkzeugen

Die Studierenden

(10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch,
(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem[1] (MMS) zum …
- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
- zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,

[1] Gängige MMS bestehen aus Modulen wie einem Computeralgebramodul, einem Modul zum Darstellen von Funktionsgraphen, einem dynamischen Geometriemodul, einem Modul zur Bestimmung von Werten von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und einem Tabellenkalkulationsmodul, die in geeigneter Weise korrespondieren.

- Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
- Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern,
- Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern,
- Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,
- Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
- Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
- Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten und im Leistungskurs auch normalverteilten Zufallsgrößen,
- Berechnen der Grenzen von Konfidenzintervallen im Leistungskurs,

(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,

(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge.

Modellieren

Strukturieren

Die Studierenden

(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,

(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor.

Mathematisieren

Die Studierenden

(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,

(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,

(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells.

Interpretieren und Validieren

Die Studierenden

(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,

(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,

(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,

(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung.

Problemlösen

Erkunden

Die Studierenden
(1) stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen,
(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen.

Lösen

Die Studierenden
(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus.

Reflektieren

Die Studierenden
(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
(11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
(13) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen,
(14) variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung.

Argumentieren

Vermuten

Die Studierenden
(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
(2) unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,
(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur.

Begründen

Die Studierenden

(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,

(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,

(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,

(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),

(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),

(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise.

Beurteilen

Die Studierenden

(10) beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind,

(11) ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten,

(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit,

(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können.

Kommunizieren

Rezipieren

Die Studierenden

(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,

(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,

(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,

(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind.

Produzieren

Die Studierenden

(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,
(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent,
(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte.

Diskutieren

Die Studierenden

(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,
(12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung,
(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität,
(14) vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten,
(15) führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.

2.3 Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte bis zum Ende der Einführungsphase

Am Ende der Einführungsphase sollen die Studierenden über die im Folgenden genannten konkretisierten Kompetenzerwartungen verfügen. Die inhaltlichen Schwerpunkte geben einen Überblick über die wesentlichen Gegenstände, die im jeweiligen Inhaltsfeld in der Einführungsphase relevant sind, diese werden im Folgenden weiter ausgeführt und konkretisiert.

Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
- Funktionen: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale Funktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$
- Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung
- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs: mittlere und lokale Änderungsrate, graphisches Ableiten, Sekante und Tangente
- Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte

Die Studierenden

(1) bestimmen die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und von ganzrationalen Funktionen,

(2) lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel,

(3) erkunden und systematisieren den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf die Eigenschaften der Funktion (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Sinusfunktion),

(4) wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter,

(5) berechnen mittlere und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Sachkontext,

(6) erläutern den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegter Strecke anhand entsprechender Funktionsgraphen,

(7) erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der mittleren zur lokalen Änderungsrate und nutzen die Schreibweise $\lim\limits_{x \to \ldots} f(x)$,

(8) deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate sowie als Steigung der Tangente an den Graphen,

(9) bestimmen Sekanten-, Tangenten- sowie Normalensteigungen und berechnen Steigungswinkel,

(10) beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion),

(11) leiten Funktionen graphisch ab und entwickeln umgekehrt zum Graphen der Ableitungsfunktion einen passenden Funktionsgraphen,
(12) beschreiben das Monotonieverhalten einer Funktion mithilfe der Ableitung,
(13) nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten,
(14) wenden die Summen- und Faktorregel an und beweisen eine dieser Ableitungsregeln,
(15) unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich,
(16) verwenden das notwendige Kriterium und hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- bzw. Wendepunkten,
(17) beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung,
(18) nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege effizient zu gestalten,
(19) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen.

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
- Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren
- Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar
- Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität
- Geraden und Strecken: Parameterform
- Lagebeziehung von Geraden: identisch, parallel, windschief, sich schneidend
- Schnittpunkte: Geraden

Die Studierenden
(1) wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum,
(2) stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar,
(3) deuten Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sachkontexten als Geschwindigkeit,
(4) berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras,
(5) addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität,
(6) weisen Eigenschaften geometrischer Figuren mithilfe von Vektoren nach,
(7) stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar,
(8) interpretieren Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext,
(9) untersuchen Lagebeziehungen von Geraden,
(10) untersuchen geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
(11) nutzen Eigenschaften von Vektoren und Parametergleichungen von Geraden beim Lösen von innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen,
(12) lösen lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang von Lagebeziehungen von Geraden und interpretieren die jeweilige Lösungsmenge.

2.4 Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte bis zum Ende der Qualifikationsphase

Am Ende der Qualifikationsphase sollen die Studierenden – aufbauend auf der Kompetenzentwicklung in der Einführungsphase – über die im Folgenden genannten konkretisierten Kompetenzerwartungen verfügen. Die inhaltlichen Schwerpunkte geben einen Überblick über die wesentlichen Gegenstände, die im jeweiligen Inhaltsfeld in der Qualifikationsphase relevant sind, diese werden im Folgenden weiter ausgeführt und konkretisiert.

2.4.1 Grundkurs

Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
- Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$
- Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“)
- Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Die Studierenden
(1) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese,
(2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, der Sinusfunktion, der Kosinusfunktion, der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
(3) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben,
(4) erläutern den Begriff der Umkehrfunktion am Beispiel der Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs,
(5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion, der Sinus- und der Kosinusfunktion sowie der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ und wenden die Produktregel an,
(6) wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an,
(7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung,
(8) nutzen in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge,
(9) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion ($f' = f$),

(10) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- sowie Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung,
(11) interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe,
(12) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung,
(13) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion,
(14) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs,
(15) erläutern geometrisch-anschaulich den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und wenden ihn an,
(16) nutzen vorgegebene Stammfunktionen und bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen,
(17) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen,
(18) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion,
(19) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen,
(20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen.

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
- Vektoroperation: Skalarprodukt
- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenvektor
- Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen
- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen
- Lineare Gleichungssysteme

Die Studierenden
(1) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,
(2) stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar,
(3) verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Normalenvektor),
(4) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen,
(5) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten,
(6) nutzen Symmetriebetrachtungen in geometrischen Objekten zur Lösung von Problemstellungen und spiegeln Punkte an Ebenen in einfachen Fällen,
(7) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme,
(8) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,

(9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte: • Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln • Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung • Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen • Binomialverteilung: Kenngrößen, Histogramme

Die Studierenden

(1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge,

(2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen und verwenden das Summenzeichen,

(3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge,

(4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten,

(5) bestimmen das Gegenereignis $\overline{A}$, verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \setminus B$, $A \cap B$, $A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten,

(6) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,

(7) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit,

(8) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten,

(9) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen,

(10) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen,

(11) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können,

(12) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung,

(13) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen,

(14) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit.

2.4.2 Leistungskurs

Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$
- Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Kettenregel, Funktionsscharen, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben")
- Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Die Studierenden

(1) lösen biquadratische Gleichungen auch ohne Hilfsmittel,

(2) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese,

(3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen, Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,

(4) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben,

(5) interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext der Fragestellung und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen,

(6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten und wenden die Produkt- und Kettenregel an,

(7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen und unbestimmten Integralen („Stammfunktionen") im Kontext der Fragestellung,

(8) deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen,

(9) nutzen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge,

(10) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion ($f' = f$),

(11) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung,

(12) untersuchen ausgewählte Funktionen, insbesondere die natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion, auf Umkehrbarkeit und ermitteln in einfachen Fällen einen Funktionsterm der Umkehrfunktion unter Berücksichtigung von Definitions- und Wertebereich,

(13) erläutern den Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und dem Graphen seiner Umkehrfunktion,
(14) interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe,
(15) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung,
(16) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion,
(17) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs,
(18) begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs und wenden den Hauptsatz an,
(19) bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, nutzen vorgegebene Stammfunktionen und verwenden die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \mapsto \frac{1}{x}$,
(20) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen,
(21) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion,
(22) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen und uneigentlichen Integralen sowie Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen,
(23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen sowie mithilfe von Sinus- und Kosinusfunktionen.

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
- Vektoroperation: Skalarprodukt
- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform
- Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen
- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen
- Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen)
- Lineare Gleichungssysteme

Die Studierenden
(1) stellen Ebenen, Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform dar,
(2) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,
(3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum,
(4) untersuchen Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen,
(5) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen,
(6) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme,
(7) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,

(8) interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen,
(9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten,
(10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen,
(11) führen Spiegelungen an Ebenen durch,
(12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln
- Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen
- Binomialverteilung: Binomialkoeffizient, Kenngrößen, Histogramme, σ-Regeln
- Beurteilende Statistik: Prognoseintervall, Konfidenzintervall, Stichprobenumfang
- Normalverteilung: Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve"), Parameter μ und σ, Graph der Verteilungsfunktion

Die Studierenden
(1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge,
(2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen, und verwenden das Summenzeichen,
(3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge,
(4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten,
(5) bestimmen das Gegenereignis $\overline{A}$, verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \setminus B$, $A \cap B$, $A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten,
(6) erklären die kombinatorische Bedeutung des Binomialkoeffizienten und berechnen diesen in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel,
(7) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
(8) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit,
(9) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten,
(10) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen,
(11) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen,
(12) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können,

(13) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung,
(14) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen,
(15) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit,
(16) ermitteln mithilfe der σ-Regeln Prognoseintervalle für die absoluten und relativen Häufigkeiten in einer Stichprobe und interpretieren diese im Sachkontext,
(17) ermitteln auf Grundlage einer relativen Häufigkeit ein Konfidenzintervall für den Parameter p einer binomialverteilten Zufallsgröße und interpretieren das Ergebnis im Sachkontext (Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit),
(18) schätzen den für ein Konfidenzintervall vorgegebener Länge erforderlichen Stichprobenumfang ab,
(19) unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion,
(20) untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen,
(21) beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve").

3 Lernerfolgsüberprüfung und Leistungsbewertung

Erfolgreiches Lernen ist kumulativ. Entsprechend sind die Kompetenzerwartungen im Kernlehrplan in der Regel in ansteigender Progression und Komplexität formuliert. Dies erfordert, dass Lernerfolgsüberprüfungen darauf ausgerichtet sein müssen, Studierenden Gelegenheit zu geben, Kompetenzen, die sie in den vorangegangenen Jahren erworben haben, wiederholt und in wechselnden Zusammenhängen unter Beweis zu stellen. Für Lehrerinnen und Lehrer sind die Ergebnisse der begleitenden Diagnose und Evaluation des Lernprozesses sowie des Kompetenzerwerbs Anlass, die Zielsetzungen und die Methoden ihres Unterrichts zu überprüfen und ggf. zu modifizieren. Für die Studierenden sollen ein den Lernprozess begleitendes Feedback sowie Rückmeldungen zu den erreichten Lernständen eine Hilfe für die Selbsteinschätzung sowie eine Ermutigung für das weitere Lernen darstellen. Die Beurteilung von Leistungen soll demnach grundsätzlich mit der Diagnose des erreichten Lernstandes und Hinweisen zum individuellen Lernfortschritt verknüpft sein.

Die Leistungsbewertung ist so anzulegen, dass sie den in den Fachkonferenzen gemäß Schulgesetz beschlossenen Grundsätzen entspricht, dass die Kriterien für die Notengebung den Studierenden transparent sind und die Korrekturen sowie die Kommentierungen den Lernenden auch Erkenntnisse über die individuelle Lernentwicklung ermöglichen. Dazu gehören – neben der Etablierung eines angemessenen Umgangs mit eigenen Stärken, Entwicklungsnotwendigkeiten und Fehlern – insbesondere auch Hinweise zu individuell erfolgversprechenden allgemeinen und fachmethodischen Lernstrategien.

Im Sinne der Orientierung an den zuvor formulierten Anforderungen sind grundsätzlich alle in Kapitel 2 des Lehrplans ausgewiesenen Kompetenzbereiche und Inhaltsfelder bei der Leistungsbewertung angemessen zu berücksichtigen. Überprüfungsformen schriftlicher, mündlicher und ggf. praktischer Art, wie zum Ende dieses Kapitels skizziert, sollen deshalb darauf ausgerichtet sein, die Erreichung der in Kapitel 2 aufgeführten Kompetenzen und Inhalte zu überprüfen. Ein isoliertes, lediglich auf Reproduktion angelegtes Abfragen einzelner Daten und Sachverhalte allein kann dabei den zuvor formulierten Ansprüchen an die Leistungsfeststellung nicht gerecht werden.

Die rechtlich verbindlichen Grundsätze der Leistungsbewertung sind im Schulgesetz sowie in der Verordnung über die Ausbildung und Prüfung in den Bildungsgängen des Weiterbildungskollegs (APO-WbK) dargestellt. Demgemäß sind bei der Leistungsbewertung von Studierenden erbrachte Leistungen in den Beurteilungsbereichen „Klausuren“ sowie „Sonstige Mitarbeit“ entsprechend den in der APO-WbK angegebenen Gewichtungen zu berücksichtigen. Dabei bezieht sich die Leistungsbewertung insgesamt auf die im Zusammenhang mit dem Unterricht erworbenen Kompetenzen und erfassten Inhalte und nutzt unterschiedliche Formen der Lernerfolgsüberprüfung.

Hinsichtlich der einzelnen Beurteilungsbereiche sind die folgenden Regelungen zu beachten.

Beurteilungsbereich „Schriftliche Arbeiten/Klausuren“

Für den Einsatz in Klausuren kommen im Wesentlichen Aufgabenarten in Betracht, wie sie in Kapitel 4 aufgeführt sind. Die Studierenden müssen mit den Aufgabenarten, die im Rahmen von Klausuren eingesetzt werden, vertraut sein und rechtzeitig sowie hinreichend Gelegenheit zur Anwendung haben.

Über ihre unmittelbare Funktion als Instrument der Leistungsbewertung hinaus sollen Klausuren im Laufe der Semester auch zunehmend auf die inhaltlichen und formalen Anforderungen des schriftlichen Teils der Abiturprüfungen vorbereiten. Dieses bezieht sich insbesondere auf die Gewichtung der Anteile, die mit bzw. ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind. Dazu gehört u. a. die Schaffung angemessener Transparenz im Zusammenhang mit einer kriteriengeleiteten Bewertung unter Berücksichtigung der drei Anforderungsbereiche. Beispiele für Prüfungsaufgaben und Auswertungskriterien sowie Konstruktionsvorgaben und Operatorenübersichten können im Internet auf den Seiten des Bildungsportals unter https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/ abgerufen werden.

Da in Klausuren neben der Verdeutlichung des fachlichen Verständnisses auch die Darstellung bedeutsam ist, muss diesem Sachverhalt bei der Leistungsbewertung gemäß APO-WbK hinreichend Rechnung getragen werden. Abzüge für Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit sollen allerdings nicht erfolgen, wenn diese bereits bei der Darstellungsleistung fachspezifisch berücksichtigt wurden.

In der Qualifikationsphase trägt zudem eine komplexe Leistungsüberprüfung (u. a. Facharbeit) dazu bei, die Studierenden mit den Prinzipien und Formen selbstständigen, wissenschaftspropädeutischen Lernens vertraut zu machen.

Beurteilungsbereich „Sonstige Leistungen im Unterricht/Sonstige Mitarbeit“

Im Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit“ können – neben den nachfolgend aufgeführten Überprüfungsformen – weitere zum Einsatz kommen. Im Rahmen der Leistungsbewertung gelten auch für diese die oben ausgeführten allgemeinen Ansprüche der Lernerfolgsüberprüfung und Leistungsbewertung. Im Verlauf der Semester ist auch in diesem Beurteilungsbereich sicherzustellen, dass Formen, die im Rahmen der Abiturprüfungen – insbesondere in den mündlichen Prüfungen – von Bedeutung sind, frühzeitig vorbereitet und angewendet werden.

Zu den Bestandteilen der „Sonstigen Mitarbeit“ zählen u. a. unterschiedliche Formen der selbstständigen und kooperativen Aufgabenerfüllung, Beiträge zum Unterricht, von der Lehrkraft abgerufene Leistungsnachweise wie z. B. die schriftliche Übung, von der bzw. dem Studierenden vorbereitete, in abgeschlossener Form eingebrachte Elemente zur Unterrichtsarbeit, die z. B. in Form von Präsentationen, Protokollen, Referaten und Portfolios möglich werden. Studierende bekommen durch die Verwendung unterschiedlicher Überprüfungsformen vielfältige Möglichkeiten, ihre eigene Kompetenzentwicklung darzustellen und zu dokumentieren.

Der Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit" erfasst die im Unterrichtsgeschehen durch mündliche, schriftliche und ggf. praktische Beiträge sichtbare Kompetenzentwicklung der Studierenden. Der Stand der Kompetenzentwicklung in der „Sonstigen Mitarbeit" wird sowohl durch Beobachtung während des Schuljahres (Prozess der Kompetenzentwicklung) als auch durch punktuelle Überprüfungen (Stand der Kompetenzentwicklung) festgestellt.

Im Fach Mathematik ist darauf zu achten, dass fehlerhafte Unterrichtsbeiträge in Erarbeitungs- und Übungsphasen nicht zum Anlass punktueller Abwertung genommen, sondern produktiv für den individuellen und generellen Lernfortschritt genutzt werden.

Die Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans ermöglichen eine Vielzahl von Überprüfungsformen. Im Verlauf der Semester soll – auch mit Blick auf die individuelle Förderung – ein möglichst breites Spektrum verschiedener Formen in schriftlichen und mündlichen Kontexten zum Einsatz kommen. Wichtig für die Nutzung der Überprüfungsformen im Rahmen der Leistungsbewertung ist es, dass sich die Studierenden zuvor im Rahmen von Anwendungssituationen hinreichend mit diesen vertraut machen konnten.

Die nachfolgenden Überprüfungsformen sind verbindlich an geeigneten Stellen im Unterricht einzusetzen. Darüber hinaus sind weitere Überprüfungsformen zulässig.

Hilfsmittelfrei zu bearbeitende Aufgaben

Hilfsmittelfrei zu bearbeitende Aufgaben sind Aufgaben, bei denen Definitionen, unmittelbare Anwendungen oder Veranschaulichungen fundamentaler Begriffe, Regeln, Algorithmen und Lösungsverfahren ohne oder mit geringem Rechenaufwand angewandt werden können.

Explorative Aufgaben

Explorative Aufgaben sind Aufgaben, bei denen Regelmäßigkeiten und Zusammenhänge mit geeigneten Hilfestellungen u. a. durch Simulationen, Variationen von Parametern und graphische Darstellungen entdeckt und begründet werden.

Aufgaben mit realitätsnahem Kontext

Aufgaben mit realitätsnahem Kontext beziehen sich auf eine sinnvolle, im Rahmen einer ggf. noch zu leistenden Modellierung realistische Problemstellung.

Innermathematische Argumentationsaufgaben

Innermathematische Argumentationsaufgaben sind Aufgaben, bei denen Begriffe, Lehrsätze oder Algorithmen ausgewählt und angewendet, Beweise erläutert oder ergänzt, Zusammenhänge zwischen mathematischen Sachverhalten dargestellt und begründet oder Fehler analysiert werden.

Präsentationsaufgaben

Präsentationsaufgaben reichen von einfachen Vorträgen bzw. Vorstellungen von Arbeitsergebnissen über Referate bis hin zur Erstellung und Darbietung von Medienbeiträgen. Im Rahmen von Präsentationen spielen Darstellungsaspekte – auch mit Blick auf mündliche Abiturprüfungen – eine beutende Rolle.

4 Abiturprüfung

Die allgemeinen Regelungen zur schriftlichen und mündlichen Abiturprüfung, mit denen zugleich die Vereinbarungen der Kultusministerkonferenz umgesetzt werden (u. a. Bildungsstandards), basieren auf dem Schulgesetz sowie dem entsprechenden Teil der Verordnung über die Ausbildung und Prüfung in den Bildungsgängen des Weiterbildungskollegs (APO-WbK).

Fachlich beziehen sich alle Teile der Abiturprüfung auf die in Kapitel 2 dieses Kernlehrplans für das Ende der Qualifikationsphase ausgewiesenen Lernergebnisse. Bei der Lösung schriftlicher wie mündlicher Abituraufgaben sind generell Kompetenzen und Inhalte nachzuweisen, die im Unterricht der gesamten Qualifikationsphase erworben wurden und deren Erwerb in vielfältigen Zusammenhängen angelegt wurde.

Die jährlichen Vorgaben für die schriftlichen Prüfungen im Abitur (Abiturvorgaben), die auf den Seiten des Bildungsportals unter https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/ abrufbar sind, konkretisieren den Kernlehrplan, soweit dies für die Schaffung landesweit einheitlicher Bezüge für die zentral gestellten Abiturklausuren erforderlich ist. Die Verpflichtung zur Umsetzung des gesamten Kernlehrplans bleibt hiervon unberührt.

Im Hinblick auf die Anforderungen im schriftlichen und mündlichen Teil der Abiturprüfungen ist grundsätzlich von einer Strukturierung in drei Anforderungsbereiche auszugehen, die die Transparenz bezüglich des Selbstständigkeitsgrades der erbrachten Prüfungsleistung erhöhen soll.

- Anforderungsbereich I umfasst das Wiedergeben von Sachverhalten und Kenntnissen im gelernten Zusammenhang, die Verständnissicherung sowie das Anwenden und Beschreiben geübter Arbeitstechniken und Verfahren.
- Anforderungsbereich II umfasst das selbstständige Auswählen, Anordnen, Verarbeiten, Erklären und Darstellen bekannter Sachverhalte unter vorgegebenen Gesichtspunkten in einem durch Übung bekannten Zusammenhang und das selbstständige Übertragen und Anwenden des Gelernten auf vergleichbare neue Zusammenhänge und Sachverhalte.
- Anforderungsbereich III umfasst das Verarbeiten komplexer Sachverhalte mit dem Ziel, zu selbstständigen Lösungen, Gestaltungen oder Deutungen, Folgerungen, Verallgemeinerungen, Begründungen und Wertungen zu gelangen. Dabei wählen die Studierenden selbstständig geeignete Arbeitstechniken und Verfahren zur Bewältigung der Aufgabe, wenden sie auf eine neue Problemstellung an und reflektieren das eigene Vorgehen.

Für alle Fächer gilt, dass die Aufgabenstellungen in schriftlichen und mündlichen Abiturprüfungen alle Anforderungsbereiche berücksichtigen müssen, der Anforderungsbereich II aber den Schwerpunkt bildet.

Fachspezifisch ist die Ausgestaltung der Anforderungsbereiche an den Kompetenzerwartungen und Inhalten der jeweiligen Kursart zu orientieren. Für die Aufgabenstellungen werden die für Abiturprüfungen geltenden Operatoren des Faches verwendet.

Die Bewertung der Prüfungsleistung erfolgt jeweils auf einer zuvor festgelegten Grundlage, die im schriftlichen Abitur aus dem zentral vorgegebenen kriteriellen Bewertungsraster, im mündlichen Abitur aus dem im Fachprüfungsausschuss abgestimmten Erwartungshorizont besteht.

Übergreifende Bewertungskriterien für die erbrachten Leistungen sind

- die Komplexität der Gegenstände,
- die sachliche Richtigkeit und die Schlüssigkeit der Aussagen,
- die Vielfalt der Gesichtspunkte und ihre jeweilige Bedeutsamkeit,
- die Differenziertheit des Verstehens und Darstellens,
- das Herstellen geeigneter Zusammenhänge,
- die Eigenständigkeit der Auseinandersetzung mit Sachverhalten und Problemstellungen,
- die argumentative Begründung eigener Urteile, Stellungnahmen und Wertungen,
- die Selbstständigkeit und Klarheit in Aufbau und Sprache,
- die Sicherheit im Umgang mit Fachsprache und -methoden sowie
- die Erfüllung standardsprachlicher Normen.

Hinsichtlich der einzelnen Prüfungsteile sind die folgenden Regelungen zu beachten:

Schriftliche Abiturprüfung

Die Aufgaben für die schriftliche Abiturprüfung werden landesweit zentral gestellt.

Alle Aufgaben entsprechen den öffentlich zugänglichen Konstruktionsvorgaben und nutzen die fachspezifische Operatorenübersicht. Beispiele für Abiturklausuren sind auf den Seiten des Bildungsportals unter https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/ abrufbar.

Für die schriftliche Abiturprüfung enthalten die aufgabenbezogenen Unterlagen für die Lehrkraft jeweils Hinweise zu Aufgabenart und zugelassenen Hilfsmitteln, die Aufgabenstellung, die Materialgrundlage, die Bezüge zum Kernlehrplan und zu den Abiturvorgaben, die Vorgaben für die Bewertung der Studierendenleistungen sowie den Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit. Die Anforderungen an die zu erbringenden Klausurleistungen werden durch das zentral gestellte kriterielle Bewertungsraster definiert.

Die Bewertung erfolgt über Randkorrekturen sowie das ausgefüllte Bewertungsraster, mit dem die Gesamtleistung dokumentiert wird.

Fachspezifisch gelten darüber hinaus die nachfolgenden Regelungen:
Für die Prüfung im Fach Mathematik sind folgende Aufgabenarten verbindlich:

- Aufgabenart I: hilfsmittelfrei zu bearbeitende Aufgabe
- Aufgabenart II: Aufgabe, die mit Hilfsmitteln bearbeitet wird

Die schriftliche Abiturprüfung besteht aus mehreren unabhängig voneinander bearbeitbaren Aufgaben. Jede Aufgabe kann in Teilaufgaben gegliedert sein, die jedoch nicht beziehungslos nebeneinanderstehen sollen. Eine Ausnahme hiervon bilden hilfsmittelfrei zu bearbeitende Aufgaben. Die Teilaufgaben einer Aufgabe sollen so unabhängig voneinander sein, dass eine Fehlleistung – insbesondere am Anfang – nicht die weitere Bearbeitung der Aufgabe stark erschwert. Falls erforderlich, können Zwischenergebnisse in der Aufgabenstellung enthalten sein. Auf ein gleichberechtigtes Verhältnis zwischen innermathematischen und realitätsnahen Aufgabenstellungen ist zu achten. Die Prüfungsaufgaben berücksichtigen alle drei Inhaltsfelder. Weitergehende Regelungen finden sich an entsprechender Stelle in der APO-WbK.

Mündliche Abiturprüfung

Die Aufgaben für die mündliche Abiturprüfung werden dezentral durch die Fachprüferin bzw. den Fachprüfer – im Einvernehmen mit dem jeweiligen Fachprüfungsausschuss – gestellt. Dabei handelt es sich um jeweils neue, begrenzte Aufgaben, die dem Prüfling einschließlich der ggf. notwendigen Texte und Materialien für den ersten Teil der mündlichen Abiturprüfung in schriftlicher Form vorgelegt werden. Die Aufgaben für die mündliche Abiturprüfung insgesamt sind so zu stellen, dass sie hinreichend breit angelegt sind und sich nicht ausschließlich auf den Unterricht eines Kurshalbjahres beschränken. Die Berücksichtigung aller Anforderungsbereiche soll eine Beurteilung ermöglichen, die das gesamte Notenspektrum umfasst. Auswahlmöglichkeiten für die Studierende bzw. den Studierenden bestehen nicht. Der Erwartungshorizont ist zuvor mit dem Fachprüfungsausschuss abzustimmen.

Der Prüfling soll in der Prüfung, die in der Regel mindestens 20, höchstens 30 Minuten dauert, in einem ersten Teil selbstständig die vorbereiteten Ergebnisse zur gestellten Aufgabe in zusammenhängendem Vortrag präsentieren. In einem zweiten Teil sollen vor allem größere fachliche und fachübergreifende Zusammenhänge in einem Prüfungsgespräch angesprochen werden. Es ist nicht zulässig, zusammenhanglose Einzelfragen aneinanderzureihen.

Bei Bewertung mündlicher Prüfungen liegen der im Fachprüfungsausschuss abgestimmte Erwartungshorizont sowie die eingangs dargestellten übergreifenden Kriterien zugrunde. Die Prüferin oder der Prüfer schlägt dem Fachprüfungsausschuss eine Note, ggf. mit Tendenz, vor. Die Mitglieder des Fachprüfungsausschusses stimmen über diesen Vorschlag ab.

Fachspezifisch gelten darüber hinaus die nachfolgenden Regelungen:
Für die Bearbeitung der Aufgaben in der mündlichen Prüfung sind die Hilfsmittel des schriftlichen Abiturs zugelassen. Bei der Aufgabenstellung ist zu bedenken, dass die Dauer der Vorbereitungszeit in der mündlichen Prüfung deutlich kürzer als in der schriftlichen Abiturprüfung ist. Die Aufgabe für den ersten Prüfungsteil enthält daher

Material von geringerem Umfang und weniger komplexe Aufgabenstellungen als die Aufgabe der schriftlichen Prüfung.

Die Prüfungsaufgabe bezieht sich auf mindestens zwei der im Kernlehrplan genannten Inhaltsfelder „Funktionen und Analysis“, „Analytische Geometrie und Lineare Algebra“ und „Stochastik“. Absprachen mit dem Prüfling über die Inhaltsfelder sind nicht zulässig. Für den ersten Prüfungsteil empfiehlt es sich, dass der Prüfling für seine Ergebnisse bzw. zentrale Aspekte seines Vortrages während der Vorbereitungszeit eine Vortragsstütze erstellt.

Besondere Lernleistung

Studierende können in die Gesamtqualifikation eine besondere Lernleistung einbringen, die im Rahmen oder Umfang eines mindestens zwei Halbjahre umfassenden Kurses erbracht wird. Grundlage einer besonderen Lernleistung kann ein bedeutender Beitrag aus einem von den Ländern geförderten Wettbewerb, die Ergebnisse des Projektkurses oder eines abgeschlossenen fachlichen oder fachübergreifenden Projektes gelten.

Die Absicht, eine besondere Lernleistung zu erbringen, muss spätestens zu Beginn des zweiten Jahres der Qualifikationsphase bei der Schule angezeigt werden. Die Schulleiterin oder der Schulleiter entscheidet in Abstimmung mit der Lehrkraft, die als Korrektor vorgesehen ist, ob die vorgesehene Arbeit als besondere Lernleistung zugelassen werden kann. Die Arbeit ist spätestens bis zur Zulassung zur Abiturprüfung abzugeben, nach den Maßstäben und dem Verfahren für die Abiturprüfung zu korrigieren und zu bewerten. Ein Rücktritt von der besonderen Lernleistung muss bis zur Entscheidung über die Zulassung zur Abiturprüfung erfolgt sein.

In einem Kolloquium von in der Regel 30 Minuten, das im Zusammenhang mit der Abiturprüfung nach Festlegung durch die Schulleitung stattfindet, stellt der Prüfling vor einem Fachprüfungsausschuss die Ergebnisse der besonderen Lernleistung dar, erläutert sie und antwortet auf Fragen. Die Endnote wird aufgrund der insgesamt in der besonderen Lernleistung und im Kolloquium erbrachten Leistungen gebildet; eine Gewichtung der Teilleistungen findet nicht statt. Bei Arbeiten, an denen mehrere Studierende beteiligt werden, muss die individuelle Studierendenleistung erkennbar und bewertbar sein.