

**Kernlehrplan
für die Realschule
in Nordrhein-Westfalen**

Mathematik

ISBN 3–89314–738–1

Heft 3302

Herausgegeben vom
Ministerium für Schule, Jugend und Kinder
des Landes Nordrhein-Westfalen
Völklinger Straße 49, 40221 Düsseldorf

Copyright by Ritterbach Verlag GmbH, Frechen

Druck und Verlag: Ritterbach Verlag
Rudolf-Diesel-Straße 5–7, 50226 Frechen
Telefon (0 22 34) 18 66-0, Fax (0 22 34) 18 66 90
www.ritterbach.de

1. Auflage 2004

Vorwort

In Nordrhein-Westfalen erhalten die Schulen zunehmend mehr Selbstständigkeit. Sie übernehmen mehr Selbstverantwortung für die Qualität ihrer Arbeit und die erzielten Ergebnisse. Sie brauchen dabei klare Orientierungen darüber, was von ihnen erwartet wird. Dieser Orientierung sollen Bildungsstandards dienen. Sie beschreiben, welche Lernergebnisse am Ende eines Bildungsabschnittes an der einzelnen Schule und im Land erreicht sein müssen.

Die Kultusministerkonferenz hat solche Bildungsstandards für das Ende der Sekundarstufe I (mittlerer Schulabschluss) beschlossen. Sie sind für alle Länder verbindlich. Die neuen Kernlehrpläne für Deutsch, Mathematik und Englisch für die Schulformen Gesamtschule, Gymnasium, Hauptschule und Realschule sowie für Französisch ab Klasse 5 und Latein ab Klasse 5 für das Gymnasium nehmen diese Bildungsstandards auf und setzen sie für Nordrhein-Westfalen um. Sie bestimmen die erwarteten Lernergebnisse für den Hauptschulabschluss nach Klasse 10, den mittleren Schulabschluss (Fachoberschulreife) und am Gymnasium den Übergang in die Klasse 11 und beschreiben die Zwischenstufen, die am Ende der Klassen 6 und 8 erreicht sein sollen. Sie bestimmen die für alle Schülerinnen und Schüler geltenden Ansprüche und berücksichtigen gleichzeitig die Besonderheiten der einzelnen Schulformen und Bildungsgänge.

Die Lernstandserhebungen, die wir zum Herbst 2004 zum ersten Mal in der Klasse 4 der Grundschule und in der Klasse 9 in den Schulformen der Sekundarstufe I durchführen, orientieren sich an den in den Kernlehrplänen enthaltenen Kompetenzerwartungen. Die Lernstandserhebungen dienen dazu, den Erfolg der eigenen Arbeit an allgemein gültigen Kriterien zu messen und Informationen für eine zielorientierte Weiterentwicklung bereitzustellen. Sie dienen aber vor allem dazu, den Lern- und Förderbedarf in den Klassen zu ermitteln und auf dieser Basis alle Schülerinnen und Schüler gezielt zu fördern. Die Ausweitung der Studentafeln für die Sekundarstufe I aller Schulformen, die die Landesregierung im Zusammenhang mit der Schulzeitverkürzung ab 2005 vornehmen wird, schafft hierzu gute Voraussetzungen. Die in den Kernlehrplänen enthaltenen Bildungsstandards sind dabei Bezugspunkte der Überprüfung der Lernergebnisse und der gezielten Förderung. Die Abschlussprüfungen mit landeseinheitlichen Prüfungsaufgaben für die schriftliche Prüfung am Ende der Klasse 10 orientieren sich an den Anforderungen der Kernlehrpläne am Ende der Sekundarstufe I.

Bei allen notwendigen Bemühungen um eine Standardsicherung im Bereich der in den Kernlehrplänen beschriebenen fachlichen Kompetenzen muss im Blick bleiben, dass der Auftrag der Schule über die Sicherung solcher Kernkompetenzen hinausgeht: Schule soll Hilfen zur Entwicklung einer mündigen und sozial verantwortlichen Persönlichkeit geben, auf eine erfolgreiche Tätigkeit in der Berufs- und Arbeitswelt vorbereiten und eine kulturelle Teilhabe und die Mitgestaltung einer demokratischen Gesellschaft anbahnen.



Ute Schäfer
Ministerin für Schule, Jugend und Kinder
des Landes Nordrhein-Westfalen

**Auszug aus dem Amtsblatt
des Ministeriums für Schule, Jugend und Kinder
des Landes Nordrhein-Westfalen
Nr. 10/04**

**Sekundarstufe I –
Richtlinien und Lehrpläne**

RdErl. d. Ministeriums
für Schule, Jugend und Kinder
v. 27. 9. 2004 – 521 – 6.08.01.13 – 18890

Für die Hauptschulen, Realschulen und die Sekundarstufe I der Gesamtschulen in Nordrhein-Westfalen werden hiermit Kernlehrpläne für die Fächer Deutsch, Englisch und Mathematik gemäß § 1 SchVG (BASS 1 – 2) festgesetzt.

Für die Sekundarstufe I der Gymnasien werden hiermit Kernlehrpläne für die Fächer Deutsch, Englisch, Mathematik, Französisch ab Klasse 5 und Latein ab Klasse 5 gemäß § 1 SchVG (BASS 1 – 2) festgesetzt.

Sie treten zum 1. August 2005 für die Klassen 5, 7 und 9 in Kraft. Vom 1. August 2006 an gelten die Kernlehrpläne für alle Klassen der Sekundarstufe I.

Soweit die Klassen 5 bis 10 Teil eines achtjährigen Bildungsgangs bis zum Abitur sind, gelten die Kernlehrpläne für die Klassen 5 und 6 in der vorliegenden Form. Für die Klassen 7 bis 10 der achtjährigen Bildungsgänge werden die Kernlehrpläne rechtzeitig angepasst.

Die Richtlinien für alle Schulformen der Sekundarstufe I gelten unverändert fort.

Die Veröffentlichung der Kernlehrpläne erfolgt in der Schriftenreihe „Schule in NRW“ (**Anlage 1**).

Die vom Verlag übersandten Hefte sind in die Schulbibliothek einzustellen und dort auch für die Mitwirkungsberechtigten zur Einsichtnahme bzw. zur Ausleihe verfügbar zu halten.

Zu den genannten Zeitpunkten treten die bisher gültigen Lehrpläne (**Anlage 2**) außer Kraft.

Anlage 1

Folgende Kernlehrpläne treten mit Wirkung vom 1. 8. 2005 in Kraft:

Heft Kernlehrplan Hauptschule

- 3201 Deutsch
- 3205 Englisch
- 3203 Mathematik

Realschule

- 3315 Deutsch
- 3303 Englisch
- 3302 Mathematik

Gesamtschule

- 3107 Deutsch
- 3102 Englisch
- 3106 Mathematik

Gymnasium

- 3409 Deutsch
- 3417 Englisch
- 3401 Mathematik
- 3427 Französisch ab Klasse 5
- 3428 Latein ab Klasse 5

Anlage 2

Folgende Lehrpläne treten zu den im RdErl. genannten Zeitpunkten außer Kraft:

1. Hauptschule Fach Deutsch
RdErl. v. 30. 3. 1989 (BASS 15 – 22 Nr. 1)
2. Hauptschule Fach Englisch
RdErl. v. 30. 3. 1989 (BASS 15 – 22 Nr. 5)
3. Hauptschule Fach Mathematik
RdErl. v. 30. 3. 1989 (BASS 15 – 22 Nr. 3)
4. Realschule Fach Deutsch
RdErl. v. 20. 8. 1993 (BASS 15 – 23 Nr. 15)
5. Realschule Fach Englisch
RdErl. v. 20. 8. 1993 (BASS 15 – 23 Nr. 3)
6. Realschule Fach Mathematik
RdErl. v. 20. 8. 1993 (BASS 15 – 23 Nr. 2)
7. Gesamtschule Fach Deutsch
RdErl. v. 27. 11. 1998 (BASS 15 – 24 Nr. 7)
8. Gesamtschule Fach Englisch
RdErl. v. 27. 11. 1998 (BASS 15 – 24 Nr. 2)
9. Gesamtschule Fach Mathematik
RdErl. v. 27. 11. 1998 (BASS 15 – 24 Nr. 6)
10. Gymnasium Fach Deutsch
RdErl. v. 8. 2. 1993 (BASS 15 – 25 Nr. 9)
11. Gymnasium Fach Englisch
RdErl. v. 8. 2. 1993 (BASS 15 – 25 Nr. 17)
12. Gymnasium Fach Mathematik
RdErl. v. 8. 2. 1993 (BASS 15 – 25 Nr. 1)

Inhalt

	Seite
Vorbemerkung: Kernlehrpläne als neue Form der Unterrichtsvorgaben	9
1 Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts	11
2 Anforderungen am Ende der Sekundarstufe I	13
3 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufen 6, 8 und 10	17
3.1 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	18
3.2 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 8	22
3.3 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 10	27
3.4 Überblick über die Jahrgangsstufen	32
4 Muster- und Modellaufgaben	34
4.1 Aufgabenbeispiele für das Ende der Jahrgangsstufe 6	34
4.2 Aufgabenbeispiele für das Ende der Jahrgangsstufe 8	38
4.3 Aufgabenbeispiele für das Ende der Jahrgangsstufe 10	43
5 Leistungsfeststellung	49

Vorbemerkung: Kernlehrpläne als neue Form der Unterrichtsvorgaben

Kernlehrpläne sind ein wichtiges Element eines zeitgemäßen und umfassenden Gesamtkonzepts für die Entwicklung und Sicherung der Qualität schulischer Arbeit. Sie sind im Zusammenhang zu sehen mit den Lernstandserhebungen, die in Nordrhein-Westfalen 2004 zum ersten Mal in den Klassen 9 der Sekundarstufe I durchgeführt werden, und mit den landeseinheitlichen Abschlussprüfungen am Ende der Klasse 10 ab 2007.

Kernlehrpläne

- sind standardorientierte Lehrpläne, in denen die erwarteten Lernergebnisse als verbindliche Bildungsstandards im Mittelpunkt stehen.
- beschreiben die erwarteten Lernergebnisse in der Form von fachbezogenen Kompetenzen, die fachdidaktisch begründeten Kompetenzbereichen zugeordnet sind.
- zeigen, in welchen Stufen diese Kompetenzen im Unterricht der Klassen 5 bis 10 erreicht werden können, indem sie die erwarteten Kompetenzen am Ende der Klassen 6, 8 und 10 bezeichnen.
- beschränken sich dabei auf wesentliche Kenntnisse und Fähigkeiten und die mit ihnen verbundenen Inhalte und Themen, die für den weiteren Bildungsweg unverzichtbar sind und die den Lehrerinnen und Lehrern aus ihrer bisherigen Unterrichtspraxis im Wesentlichen bekannt sind.
- bestimmen durch die Ausweisung von verbindlichen Erwartungen die Bezugspunkte für die Überprüfung der Lernergebnisse und der erreichten Leistungsstände in der schulischen Leistungsbewertung, den Lernstandserhebungen und den Abschlussprüfungen mit zentral gestellten Aufgaben für die schriftlichen Prüfungen.
- schaffen so die Voraussetzungen, um definierte Anspruchsniveaus an der Einzelschule und im Land zu sichern.

Indem Kernlehrpläne sich auf die zentralen Kompetenzen beschränken, geben sie den Schulen die Möglichkeit, sich auf diese zu konzentrieren und ihre Beherrschung zu sichern. Die Schulen können dabei entstehende Freiräume zur Vertiefung und Erweiterung der behandelten Unterrichtsinhalte und damit zu einer inhaltlichen und thematischen Profilbildung nutzen.

Die Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz sind auf den mittleren Schulabschluss bezogen und insofern schulformübergreifend angelegt, um für den gleichen Abschluss ein einheitliches Mindestniveau zu sichern. Die Kernlehrpläne greifen die in den KMK-Standards enthaltenen schulformübergreifenden Ansprüche auf und berücksichtigen gleichzeitig die Besonderheiten der einzelnen Schulformen und Bildungsgänge. Diesen wird in der Beschreibung der Standards und in der Art des methodischen Zugriffs Rechnung getragen. Beispielhafte Aufgabenstellungen im Bildungsserver [learn-line](http://www.learn-line.nrw.de/angebote/kernlehrplaene) verdeutlichen die konkreten, zum Teil unterschiedlichen Kompetenzerwartungen (www.learn-line.nrw.de/angebote/kernlehrplaene).

Die bisherigen Richtlinien der Schulformen bleiben bis auf weiteres in Kraft. Sie beschreiben die Aufgaben und Ziele der Schulformen in der Sekundarstufe I und ent-

halten auch die spezifischen Hinweise zum Lehren und Lernen in diesen Schulformen.

Die vorgelegten Kernlehrpläne und die in ihnen enthaltenen Standards stellen einen Einstieg in eine längerfristige Entwicklung dar. Die in den Kernlehrplänen enthaltenen Kompetenzbeschreibungen beziehen sich wie die in den Bildungsstandards der KMK vorerst auf ein mittleres Anspruchsniveau (Regelstandards). Perspektivisch sollen sowohl für die KMK-Bildungsstandards wie für die Bildungsstandards in den Kernlehrplänen Kompetenzstufen auf der Basis empirisch und fachdidaktisch gekläarter Kompetenzstufenmodelle ausgewiesen werden. Auf dieser Basis können dann das angestrebte Mindestniveau (Mindeststandards), der Regelfall und ein Exzellenzniveau ausgewiesen werden. Die Kultusministerkonferenz hat dazu ein wissenschaftliches Institut gegründet, das solche Kompetenzstufen im Laufe der nächsten Jahre entwickeln wird. Die landeseigenen Lernstandserhebungen werden hierzu ebenfalls Hinweise geben.

1 Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts

Schülerinnen und Schüler sollen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I

- Erscheinungen aus Natur, Gesellschaft und Kultur mit Hilfe der Mathematik wahrnehmen und verstehen (*Mathematik als Anwendung*)
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen und Bildern, als geistige Schöpfungen verstehen und weiterentwickeln (*Mathematik als Struktur*)
- in der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen auch überfachliche Kompetenzen erwerben und einsetzen (*Mathematik als kreatives und intellektuelles Handlungsfeld*).

Hierbei erkennen sie, dass Mathematik eine historisch gewachsene Kulturleistung darstellt. Zugleich erleben sie Mathematik als intellektuelle Herausforderung und als Möglichkeit zur individuellen Selbstentfaltung und gesellschaftlichen Teilhabe. Sie entwickeln **personale und soziale Kompetenzen**, indem sie lernen,

- gemeinsam mit anderen mathematisches Wissen zu entwickeln und Probleme zu lösen (*Kooperationsfähigkeit als Voraussetzung für gesellschaftliche Mitgestaltung*).
- Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen und bewusst Lernstrategien einzusetzen (*selbstgesteuertes Lernen als Voraussetzung für lebenslanges Lernen*).

Mathematische Grundbildung umfasst die Fähigkeit, die Rolle zu erkennen, die Mathematik in der Welt spielt, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger kontextbezogener Probleme einzusetzen und begründete mathematische Urteile abzugeben. Sie beinhaltet insbesondere die Kompetenz des problemlösenden Arbeitens in inner- und außermathematischen Kontexten. Grundlegend dafür ist die Fähigkeit, komplexe Probleme zu strukturieren sowie reale Probleme in geeigneter Weise mathematisch zu beschreiben, also Modelle zu bilden und zu nutzen. Ebenso gehört zur mathematischen Grundbildung die Fähigkeit, mit anderen über mathematische Fragestellungen zu kommunizieren, d.h. eigene Ideen zu präsentieren und zu begründen sowie die Argumente anderer aufzunehmen.

Diese *Kompetenzen* bilden sich bei der aktiven Auseinandersetzung mit konkreten Fragestellungen aus den Kernbereichen des Faches Mathematik heraus: Die Mathematik erfasst ebene und räumliche Gebilde mit Mitteln der *Geometrie*. Für die Operationen mit Zahlen in der *Arithmetik* hat die Mathematik die Formelsprache der *Algebra* entwickelt, mit der sich Gesetzmäßigkeiten des Zahlenrechnens darstellen und flexibel nutzen lassen. Zu den Leistungen der Mathematik gehört ferner, dass sie sowohl systematische Abhängigkeiten von Zahlen und Größen mit dem Begriff der *Funktion*, aber auch zufällige Ereignisse mit dem Begriff der *Wahrscheinlichkeit* beschreiben kann.

Mathematische Grundbildung zeigt sich also im Zusammenspiel von Kompetenzen, die sich auf mathematische Prozesse beziehen, und solchen, die auf mathematische Inhalte ausgerichtet sind. Prozessbezogene Kompetenzen, wie z. B. das

Problemlösen oder das Modellieren werden immer nur bei der Beschäftigung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen erworben und weiterentwickelt.

fachbezogene Kompetenzen					
prozessbezogene Kompetenzen			inhaltsbezogene Kompetenzen		
	Argumentieren/ Kommunizieren	kommunizieren, präsentieren und argumentieren		Arithmetik/ Algebra	mit Zahlen und Symbolen umgehen
	Problemlösen	Probleme erfassen, erkunden und lösen		Funktionen	Beziehungen und Veränderung beschreiben und erkunden
	Modellieren	Modelle erstellen und nutzen		Geometrie	ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen
	Werkzeuge	Medien und Werkzeuge verwenden		Stochastik	mit Daten und Zufall arbeiten

Die hier genannten Bereiche mathematischer Kompetenzen werden im Folgenden konkretisiert durch eine Beschreibung von Anforderungen am Ende der Sekundarstufe I (Kapitel 2) sowie durch eine Darstellung von Kompetenzerwartungen am Ende der jeweiligen Jahrgangsstufen (Kapitel 3). Diese Kernkompetenzen sollen Schülerinnen und Schüler nachhaltig und nachweislich erworben haben.

Die **inhaltliche und methodische Gestaltung** eines Unterrichts, in dem Schülerinnen und Schüler eine solche mathematische Grundbildung erwerben können, ist als Gesamtaufgabe aufzufassen. Inhalte und Methoden des Unterrichts sind eng aufeinander bezogen. Eine einseitig kleinschrittige Methodik, die entlang einer vorgegebenen Stoffsystematik eine Engführung der Lernenden betreibt, ist nicht geeignet, junge Menschen verständnisorientiert in mathematisches Denken einzuführen. Der Unterricht soll Schülerinnen und Schüler bei der Auseinandersetzung mit Mathematik unterstützen. Er soll hierzu eine breite Palette unterschiedlichster Unterrichtsformen aufweisen, die von einer lehrerbezogenen Wissensvermittlung bis hin zu einer selbstständigen Erarbeitung neuer Inhalte reicht. Zudem darf er sich nicht auf die nachvollziehende Anwendung von Verfahren und Kalkülen beschränken, sondern muss in komplexen Problemkontexten entdeckendes und nacherfindendes Lernen ermöglichen. Er sollte inner- und außermathematische Fragestellungen vernetzen und sich dabei an zentralen mathematischen Ideen (Zahl, Messen, räumliches Strukturieren, Algorithmus, Zufall) orientieren. Dieses Vorgehen erlaubt es auch, sich im Unterricht auf Wesentliches zu konzentrieren, ausgewählte Inhalte zu vertiefen und nach dem Prinzip der integrierenden Wiederholung bereits erworbene Kenntnisse und Fähigkeiten zu festigen und zu vertiefen.

2 Anforderungen am Ende der Sekundarstufe I

Für das Ende der Sekundarstufe I werden im Folgenden die Kompetenzen ausgewiesen, die alle Schülerinnen und Schüler erworben haben, die mit Erfolg am Mathematikunterricht teilgenommen haben. Die Schülerinnen und Schüler sollen in der Lage sein, diese Kompetenzen für ihre persönliche Lebensgestaltung, für ihren weiteren Bildungsweg und für ihr berufliches Leben zu nutzen.

Diese für den Mathematikunterricht in Nordrhein-Westfalen verbindlichen Kompetenzen werden in enger Anlehnung an die Bildungsstandards der KMK auf der Anforderungsebene des **mittleren Schulabschlusses (Fachoberschulreife)** beschrieben. Hierdurch soll die Vergleichbarkeit der fachlichen Anforderungen für diesen Abschluss in allen Schulformen der Sekundarstufe I gesichert werden.

Zum Erwerb des Qualifikationsvermerks für den Eintritt in die gymnasiale Oberstufe ist Folgendes festzustellen: Der Mathematikunterricht an Realschulen ermöglicht Schülerinnen und Schülern im oberen Leistungsbereich die Fortsetzung des Bildungsganges in der Sekundarstufe II auch bis zum Abitur. Die für den mittleren Schulabschluss (Fachoberschulreife) geforderten Kompetenzen sind in unterschiedlichem Umfang und auf unterschiedlichem Niveau erreichbar. Von Schülerinnen und Schülern, die den Qualifikationsvermerk für den Eintritt in die gymnasiale Oberstufe erwerben, wird erwartet, dass sie die Kompetenzen auf einem höheren Niveau erreichen. Es gibt allerdings für den Qualifikationsvermerk keine curriculare, inhaltliche Definition. Der Vermerk wird vielmehr auf Grund des Notenbildes in der Versetzungskonferenz vergeben. Entsprechende fachliche Kompetenzen werden daher auch nicht gesondert ausgewiesen.

Die Schülerinnen und Schüler, die an der Realschule nach Abschluss der Klasse 10 den mittleren Schulabschluss (Fachoberschulreife) erworben haben, verfügen über die folgenden Kompetenzen.



Argumentieren/Kommunizieren

kommunizieren, präsentieren und argumentieren

Schülerinnen und Schüler teilen mathematische Sachverhalte zutreffend und verständlich mit und nutzen sie als Begründung für Behauptungen und Schlussfolgerungen.

- Sie entnehmen mathematische Informationen aus Texten, Bildern und Tabellen (Lesekompetenz), analysieren und beurteilen die Aussagen.
- Sie erläutern mathematische Einsichten und Lösungswege mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen und präsentieren Überlegungen in kurzen, vorbereiteten Beiträgen sowie Problembearbeitungen in vorbereiteten Vorträgen.
- Sie vernetzen Begriffe, indem sie Beziehungen zwischen Begriffen auch aus verschiedenen Bereichen herstellen, Beispiele angeben und Ober- und Unterbegriffe zuordnen.
- Sie nutzen verschiedene Arten des Begründens und Überprüfens (Plausibilität, Beispiele, Argumentationsketten).

- Sie vergleichen Lösungswege und Darstellungen, überprüfen und bewerten Problembearbeitungen.



Problemlösen

Probleme erfassen, erkunden und lösen

Schülerinnen und Schüler strukturieren und lösen inner- oder außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist bzw. bei denen nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen werden kann.

- Sie geben inner- und außermathematische Problemstellungen mit eigenen Worten wieder, erkunden sie, stellen Vermutungen auf und zerlegen Probleme in Teilprobleme.
- Sie nutzen verschiedene Darstellungsformen, mathematische Verfahren und nutzen Problemlösestrategien wie Überschlagen, Beispiele finden, systematisches Probieren, Schlussfolgern, Zurückführen auf Bekanntes und Verallgemeinern.
- Sie überprüfen und bewerten Lösungswege und Ergebnisse, auch die Möglichkeit mehrerer Lösungen.



Modellieren

Modelle erstellen und nutzen

Schülerinnen und Schüler nutzen Mathematik als Werkzeug zum Erfassen von Phänomenen der realen Welt.

- Sie übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle (Terme, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Diagramme, Tabellen, Zufallsversuche) und ordnen mathematischen Modellen passende Realsituationen zu.
- Sie überprüfen und interpretieren die im mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen realen Situation, bewerten und verändern gegebenenfalls ihren Lösungsweg oder das Modell.



Werkzeuge

Medien und Werkzeuge verwenden

Schülerinnen und Schüler setzen klassische mathematische Werkzeuge und elektronische Werkzeuge und Medien situationsangemessen ein (Medienkompetenz).

- Sie verwenden Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren.
- Sie nutzen Bücher und das Internet zur Informationsbeschaffung, dokumentieren eigene Arbeitsschritte in schriftlicher Form und verwenden unter anderem Tafel, Folien und Plakate zur Ergebnispräsentation.
- Sie setzen situationsangemessen den Taschenrechner ein und nutzen Geometriesoftware, Tabellenkalkulation und Funktionenplotter zum Erkunden inner- und außermathematischer Zusammenhänge.



Arithmetik/Algebra

mit Zahlen und Symbolen umgehen

Schülerinnen und Schüler besitzen einen Begriff von Zahlen, Größen und ihren Darstellungen, operieren sicher mit ihnen und verwenden die Symbolsprache der Mathematik sachgerecht.

- Sie verwenden Zahlen je nach Situation in unterschiedlichen Darstellungsformen (als Bruch, Dezimalzahl, Prozentzahl und in Zehnerpotenzschreibweise), ordnen und vergleichen sie.
- Sie rechnen mit natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen, nutzen Rechengesetze und systematisches Zählen.
- Sie arbeiten in Anwendungszusammenhängen sachgerecht mit Zahlen, Größen und Variablen und führen Schätzungen und Näherungsrechnungen durch.
- Sie lösen lineare Gleichungen und Gleichungssysteme, quadratische und einfache exponentielle Gleichungen rechnerisch, grafisch oder durch Probieren.



Funktionen

Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden

Schülerinnen und Schüler besitzen ein grundlegendes Verständnis von funktionaler Abhängigkeit und nutzen ihre Kenntnisse zum Erfassen und Beschreiben von Beziehungen und Veränderungen in Mathematik und Umwelt.

- Sie stellen funktionale Zusammenhänge, insbesondere lineare, quadratische, exponentielle Funktionen, Sinusfunktionen in sprachlicher Form, in Tabellen, als Grafen und in Termen dar und interpretieren sie situationsgerecht.
- Sie identifizieren proportionale und antiproportionale Zuordnungen, wenden Dreisatz, Prozentrechnung und Zinsrechnung an und rechnen mit Maßstäben.
- Sie grenzen lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum an Beispielen voneinander ab.



Geometrie

ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen

Schülerinnen und Schüler erfassen Formen der Ebene und des Raumes und ihre Beziehungen in mathematischen Zusammenhängen sowie in der beobachteten Wirklichkeit und charakterisieren sie anhand ihrer grundlegenden Eigenschaften.

- Sie beschreiben ebene Figuren (Vielecke, Kreise) und Körper (Prismen, Zylinder, Kugeln, Kegel, Pyramiden), Lagebeziehungen und grundlegende Symmetrien mit angemessenen Fachbegriffen und identifizieren sie in ihrer Umwelt.
- Sie zeichnen und konstruieren ebene geometrische Figuren (auch im Koordinatensystem), skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Körpern und stellen Körpermodelle her.
- Sie schätzen und bestimmen Winkel, Längen, Flächeninhalte, Oberflächen und Volumina.

- Sie berechnen Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mit Hilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, Kongruenz, Ähnlichkeitsbeziehungen, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras.



Stochastik

mit Daten und Zufall arbeiten

Schülerinnen und Schüler erheben statistische Daten und werten sie aus. Sie beschreiben und beurteilen zufällige Ereignisse mit mathematischen Mitteln.

- Sie planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Säulen- und Kreisdiagramme, Boxplots) und bewerten Darstellungen kritisch.
- Sie bestimmen relative Häufigkeiten, Mittelwerte (arithmetisches Mittel, Median) und Streumaße (Spannweite, Quartil) und interpretieren diese.
- Sie bestimmen Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe von Laplace-Regel, Baumdiagrammen und Pfadregeln, nutzen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von Häufigkeiten.

Die schuleigenen Lehrpläne und die Evaluation von Unterricht und Unterrichtsergebnissen sind an den oben stehenden Kompetenzprofilen auszurichten.

3 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufen 6, 8 und 10

Im Folgenden werden Kompetenzen benannt, die Schülerinnen und Schüler am Ende der Jahrgangsstufen 6, 8 und 10 nachhaltig und nachweislich erworben haben sollen. Sie legen die Art der fachlichen Anforderungen fest. Die Anforderungshöhe und der Komplexitätsgrad der fachlichen Anforderungen sind sowohl im Unterricht als auch in der Leistungsbewertung altersgemäß und mit Bezug auf die Anforderungen der Schulform zu konkretisieren. Kapitel 4 erläutert die Anforderungen an ausgewählten Muster- und Modellaufgaben.

Die hier benannten Kompetenzen gliedern sich nach den Bereichen des Faches und beschreiben dessen Kern. Sie bauen auf den in der Grundschule erworbenen Kompetenzen auf und machen eine Progression über die Jahrgangsstufen hinweg deutlich. Der Unterricht ist nicht allein auf den Erwerb dieser Kernkompetenzen beschränkt, sondern soll es Schülerinnen und Schülern ermöglichen, auf vielfältige Weise darüber hinausgehende Kompetenzen zu erwerben, weiterzuentwickeln und zu nutzen.

Kompetenzen werden im Unterricht nicht einzeln und isoliert erworben, sondern in wechselnden und miteinander verknüpften Kontexten. Der Unterricht muss dazu vielfältige, die Jahrgangsstufen durchziehende Lerngelegenheiten anbieten. Eine thematisch-inhaltliche Reihenfolge innerhalb der Jahrgangsstufen ist durch den Kernlehrplan nicht festgeschrieben.

Der Kernlehrplan bildet damit einerseits die verpflichtende Grundlage für die Überarbeitung der schuleigenen Lehrpläne. Andererseits eröffnet er Lehrerinnen und Lehrern weitgehende Freiheiten für die inhaltliche, thematische und methodische Gestaltung von Unterrichtsabläufen. Sie können Schwerpunkte setzen, thematische Vertiefungen und Erweiterungen vornehmen und dabei die Bedingungen der eigenen Schule und der jeweiligen Lerngruppe berücksichtigen.

Im Folgenden werden die fachbezogenen Kompetenzen getrennt nach prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen ausgewiesen. Die prozessbezogenen Kompetenzen werden von Schülerinnen und Schülern jedoch immer nur in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Umgekehrt können sich inhaltsbezogene Kompetenzen nur entfalten, wenn Schülerinnen und Schüler prozessbezogene Kompetenzen aktivieren können. Mathematische Grundbildung zeigt sich in der flexiblen und vernetzten Nutzung dieser prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen. Beide Bereiche müssen somit Gegenstand des Unterrichts und der Leistungsbewertung sein.

3.1 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 6

 Argumentieren/Kommunizieren – kommunizieren, präsentieren und argumentieren	
	Schülerinnen und Schüler
Lesen	<ul style="list-style-type: none"> ● geben Informationen aus einfachen mathemathhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle) mit eigenen Worten wieder
Verbalisieren	<ul style="list-style-type: none"> ● erläutern mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen
Kommunizieren	<ul style="list-style-type: none"> ● arbeiten bei der Lösung von Problemen im Team
Präsentieren	<ul style="list-style-type: none"> ● sprechen über eigene und vorgegebene Lösungswege, Ergebnisse und Darstellungen, finden, erklären und korrigieren Fehler
Vernetzen	<ul style="list-style-type: none"> ● präsentieren Ideen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen
Begründen	<ul style="list-style-type: none"> ● setzen Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung (z.B. Produkt und Fläche; Quadrat und Rechteck; natürliche Zahlen und Brüche; Länge, Umfang, Fläche und Volumen) ● nutzen intuitiv verschiedene Arten des Begründens (Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitätsüberlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen)

 Problemlösen – Probleme erfassen, erkunden und lösen	
Schülerinnen und Schüler	<ul style="list-style-type: none"> ● geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder und entnehmen ihnen die relevanten Größen ● finden in einfachen Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen ● ermitteln Näherungswerte für erwartete Ergebnisse durch Schätzen und Überschlagen ● nutzen elementare mathematische Regeln und Verfahren (Messen, Rechnen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen ● wenden die Problemlösestrategien „Beispiele finden“, „Überprüfen durch Probieren“ an ● deuten Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung
Erkunden	
Lösen	
Reflektieren	

 Modellieren – Modelle erstellen und nutzen	
Schülerinnen und Schüler	<ul style="list-style-type: none"> ● übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Terme, Figuren, Diagramme) ● überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation ● ordnen einem mathematischen Modell (Term, Figur, Diagramm) eine passende Realsituation zu
Mathematisieren	
Validieren	
Realisieren	

 Werkzeuge – Medien und Werkzeuge verwenden	
Schülerinnen und Schüler	<ul style="list-style-type: none"> ● nutzen Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen ● nutzen Präsentationsmedien (z.B. Folie, Plakat, Tafel) ● dokumentieren ihre Arbeit, ihre eigenen Lernwege und aus dem Unterricht erwachsene Merksätze und Ergebnisse (z.B. im Lerntagebuch, Merkheft) ● nutzen selbst erstellte Dokumente und das Schulbuch zum Nachschlagen
Konstruieren	
Darstellen	
Recherchieren	

<div style="display: flex; align-items: center; gap: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; font-weight: bold;"> $\frac{x+y}{2}$ </div> Arithmetik/Algebra – mit Zahlen und Symbolen umgehen </div>	
Darstellen	<p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> ● stellen ganze Zahlen auf verschiedene Weise dar (Zahlengerade, Zifferndarstellung, Stellenwerttafel, Wortform) ● stellen einfache Bruchteile auf verschiedene Weise dar: handelnd, zeichnerisch an verschiedenen Objekten, durch Zahlensymbole und als Punkte auf der Zahlengerade; sie deuten sie als Größen, Operatoren und Verhältnisse und nutzen das Grundprinzip des Kürzens und Erweiterns von Brüchen als Vergrößern bzw. Verfeinern der Einteilung ● deuten Dezimalzahlen und Prozentzahlen als andere Darstellungsform für Brüche und stellen sie an der Zahlengerade dar; führen Umwandlungen zwischen Bruch, Dezimalzahl und Prozentzahl durch ● stellen Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar ● ordnen und vergleichen Zahlen und runden natürliche Zahlen und Dezimalbrüche ● führen Grundrechenarten aus (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) mit <ul style="list-style-type: none"> – natürlichen Zahlen – endlichen Dezimalzahlen – einfachen Brüchen (Addition/Subtraktion)
Anwenden	<ul style="list-style-type: none"> ● bestimmen Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen und wenden Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 5, 10 an ● wenden ihre arithmetischen Kenntnisse von Zahlen und Größen an, nutzen Strategien für Rechenvorteile, Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle
Systematisieren	<ul style="list-style-type: none"> ● bestimmen Anzahlen auf systematische Weise

 Funktionen – Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden	
Schülerinnen und Schüler	
Darstellen	<ul style="list-style-type: none"> ● stellen Beziehungen zwischen Zahlen und zwischen Größen in Tabellen und Diagrammen dar
Interpretieren	<ul style="list-style-type: none"> ● lesen Informationen aus Tabellen und Diagrammen in einfachen Sachzusammenhängen ab
Anwenden	<ul style="list-style-type: none"> ● erkunden Muster in Beziehungen zwischen Zahlen und stellen Vermutungen auf ● nutzen gängige Maßstabsverhältnisse
 Geometrie – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen	
Schülerinnen und Schüler	
Erfassen	<ul style="list-style-type: none"> ● verwenden die Grundbegriffe Punkt, Gerade, Strecke, Winkel, Abstand, Radius, parallel, senkrecht, achsensymmetrisch, punktsymmetrisch zur Beschreibung ebener und räumlicher Figuren
Konstruieren	<ul style="list-style-type: none"> ● benennen und charakterisieren Grundfiguren und Grundkörper (Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Dreieck, Kreis, Quader, Würfel) und identifizieren sie in ihrer Umwelt
Messen	<ul style="list-style-type: none"> ● zeichnen grundlegende ebene Figuren (parallele und senkrechte Geraden, Winkel, Rechtecke, Quadrate, Kreise) und Muster auch im ebenen Koordinatensystem (1. Quadrant) ● skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Würfeln und Quadern und stellen die Körper her ● schätzen und bestimmen Längen, Winkel, Umfänge von Vielecken, Flächeninhalte von Rechtecken sowie Oberflächen und Volumina von Quadern

Stochastik – mit Daten und Zufall arbeiten	
	
Schülerinnen und Schüler	
Erheben	● erheben Daten und fassen sie in Ur- und Strichlisten zusammen
Darstellen	● stellen Häufigkeitstabellen zusammen und veranschaulichen diese mit Hilfe von Säulen- und Kreisdiagrammen
Auswerten	● bestimmen relative Häufigkeiten, arithmetisches Mittel und Median
Beurteilen	● lesen und interpretieren statistische Darstellungen

3.2 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 8

Argumentieren/Kommunizieren – kommunizieren, präsentieren und argumentieren	
	
Schülerinnen und Schüler	
Lesen	● ziehen Informationen aus einfachen mathemathikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graf), strukturieren und bewerten sie
Verbalisieren	● erläutern die Arbeitsschritte bei einfachen mathematischen Verfahren (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen
Kommunizieren	● vergleichen und bewerten Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen
Präsentieren	● präsentieren Lösungswege in kurzen, vorbereiteten Beiträgen
Vernetzen	● geben Ober- und Unterbegriffe an und führen Beispiele und Gegenbeispiele als Beleg an (z.B. Proportionalität, Viereck)
Begründen	● nutzen mathematisches Wissen für Begründungen, auch in mehrschrittigen Argumentationen

Problem lösen – Probleme erfassen, erkunden und lösen	
	
Erkunden Lösen	<p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> ● untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und stellen Vermutungen auf ● planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems ● nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität ● überprüfen bei einem Problem die Möglichkeit mehrerer Lösungen oder Lösungswege ● wenden die Problemlösestrategien „Zurückführen auf Bekanntes“ (Konstruktion von Hilfslinien, Zwischenrechnungen), „Spezialfälle finden“ und „Verallgemeinern“ an ● nutzen verschiedene Darstellungsformen (Tabellen, Skizzen, Gleichungen) zur Problemlösung
Reflektieren	<ul style="list-style-type: none"> ● überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen ● überprüfen Lösungswege auf Richtigkeit und Schlüssigkeit

Modellieren – Modelle erstellen und nutzen	
	
Mathematisieren	<p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> ● übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen, Zufallsversuche)
Validieren	<ul style="list-style-type: none"> ● überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell
Realisieren	<ul style="list-style-type: none"> ● ordnen einem mathematischen Modell (Tabelle, Graf, Gleichung) eine passende Realisation zu

Werkzeuge – Medien und Werkzeuge verwenden	
	
Schülerinnen und Schüler	
Erkunden	● nutzen Tabellenkalkulation und Geometriesoftware zum Erkunden inner- und außermathematischer Zusammenhänge
Berechnen	● nutzen den Taschenrechner
Darstellen	● tragen Daten in elektronischer Form zusammen und stellen sie mit Hilfe einer Tabellenkalkulation dar
Recherchieren	● nutzen Lexika, Schulbücher und Internet zur Informationsbeschaffung
Arithmetik/Algebra – mit Zahlen und Symbolen umgehen	
	
Schülerinnen und Schüler	
Ordnen	● ordnen und vergleichen rationale Zahlen
Operieren	● führen Grundrechenarten für rationale Zahlen aus (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) ● fassen Terme zusammen, multiplizieren sie aus und faktorisieren sie mit einem einfachen Faktor; sie nutzen binomische Formeln als Rechenstrategie
Anwenden	● lösen lineare Gleichungen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und nutzen die Probe als Rechenkontrolle
Systematisieren	● verwenden ihre Kenntnisse über rationale Zahlen und einfache lineare Gleichungen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme ● nennen außermathematische Gründe und Beispiele für die Zahlbereichserweiterungen von den natürlichen zu den rationalen Zahlen

 Funktionen – Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden	
Schülerinnen und Schüler	
Darstellen	<ul style="list-style-type: none"> stellen Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Grafen und in Termen dar und wechseln zwischen diesen Darstellungen
Interpretieren	<ul style="list-style-type: none"> interpretieren Grafen von Zuordnungen und Terme linearer funktionaler Zusammenhänge
Anwenden	<ul style="list-style-type: none"> identifizieren proportionale, antiproportionale und lineare Zuordnungen in Tabellen, Termen und Realsituationen wenden die Eigenschaften von proportionalen, antiproportionalen und linearen Zuordnungen sowie einfache Dreisatzverfahren zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an berechnen Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Realsituationen (auch Zinsrechnung)

 Geometrie – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen	
Schülerinnen und Schüler	
Erfassen	<ul style="list-style-type: none"> benennen und charakterisieren rechtwinklige, gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke, Parallelogramme, Rauten, Trapeze und einfache Prismen und identifizieren sie in ihrer Umwelt
Konstruieren	<ul style="list-style-type: none"> zeichnen Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen
Messen	<ul style="list-style-type: none"> skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Würfeln und Quadern und stellen die Körper her schätzen und bestimmen Umfang und Flächeninhalt von Dreiecken, Parallelogrammen und daraus zusammengesetzten Figuren
Anwenden	<ul style="list-style-type: none"> bestimmen Oberflächen und Volumina von Würfeln, Quadern und einfachen Prismen erfassen und begründen Eigenschaften von Figuren mit Hilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen oder der Kongruenz

Stochastik – mit Daten und Zufall arbeiten	
	
Schülerinnen und Schüler	
Erheben	<ul style="list-style-type: none"> ● planen Datenerhebungen, führen sie durch und nutzen zur Erfassung auch eine Tabellenkalkulation
Darstellen	<ul style="list-style-type: none"> ● nutzen Median, Spannweite und Quartile zur Darstellung von Häufigkeitsverteilungen als Boxplots
Auswerten	<ul style="list-style-type: none"> ● verwenden einstufige Zufallsversuche zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen ● benutzen relative Häufigkeiten von langen Versuchsreihen zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten ● bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten mit Hilfe der Laplace-Regel
Beurteilen	<ul style="list-style-type: none"> ● nutzen Wahrscheinlichkeiten zur Beurteilung von Chancen und Risiken und zur Schätzung von Häufigkeiten ● interpretieren Spannweite und Quartile in statistischen Darstellungen

3.3 Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 10

 Argumentieren/Kommunizieren – kommunizieren, präsentieren und argumentieren	
<p>Lesen</p> <p>Verbalisieren</p> <p>Kommunizieren</p> <p>Präsentieren</p> <p>Vernetzen</p> <p>Begründen</p>	<p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ziehen Informationen aus einfachen authentischen Texten (z. B. Zeitungsberichten) und mathematischen Darstellungen, analysieren und beurteilen die Aussagen ● erläutern mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen ● überprüfen und bewerten Problembearbeitungen ● präsentieren Problembearbeitungen in vorbereiteten Vorträgen ● setzen Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung (z. B. Gleichungen und Graf, Gleichungssysteme und Grafen) ● nutzen mathematisches Wissen und mathematische Symbole für Begründungen und Argumentationsketten
 Problemlösen – Probleme erfassen, erkunden und lösen	
<p>Erkunden</p> <p>Lösen</p> <p>Reflektieren</p>	<p>Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> ● zerlegen Probleme in Teilprobleme ● wenden die Problemlösestrategien „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“ an ● vergleichen Lösungswege und Problemlösestrategien und bewerten sie

	Modellieren – Modelle erstellen und nutzen
Schülerinnen und Schüler	
Mathematisieren	<ul style="list-style-type: none"> ● übersetzen Realsituationen, insbesondere exponentielle Wachstumsprozesse, in mathematische Modelle (Tabellen, Grafen, Terme)
Validieren	<ul style="list-style-type: none"> ● vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation
Realisieren	<ul style="list-style-type: none"> ● finden zu einem mathematischen Modell (insbesondere lineare und exponentielle Funktionen) passende Realsituationen
Werkzeuge – Medien und Werkzeuge verwenden	
Schülerinnen und Schüler	
Erkunden	<ul style="list-style-type: none"> ● nutzen mathematische Werkzeuge (Tabellenkalkulation, Geometriesoftware, Funktionenplotter) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme
Berechnen	<ul style="list-style-type: none"> ● wählen ein geeignetes Werkzeug („Bleistift und Papier“, Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Funktionenplotter) aus und nutzen es
Darstellen	<ul style="list-style-type: none"> ● wählen geeignete Medien für die Dokumentation und Präsentation aus
Recherchieren	<ul style="list-style-type: none"> ● nutzen selbstständig Print- und elektronische Medien zur Informationsbeschaffung

$$\frac{x+y}{2}$$

Arithmetik/Algebra – mit Zahlen und Symbolen umgehen

Schülerinnen und Schüler

Darstellen	<ul style="list-style-type: none"> ● lesen und schreiben Zahlen in Zehnerpotenz-Schreibweise und erläutern die Potenzschreibweise mit ganzzahligen Exponenten
Systematisieren	<ul style="list-style-type: none"> ● unterscheiden rationale und irrationale Zahlen
Operieren	<ul style="list-style-type: none"> ● wenden das Radizieren als Umkehren des Potenzierens an; berechnen und überschlagen Quadratwurzeln einfacher Zahlen im Kopf ● lösen lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und grafisch und nutzen die Probe als Rechenkontrolle ● lösen einfache quadratische Gleichungen
Anwenden	<ul style="list-style-type: none"> ● lösen exponentielle Gleichungen der Form $b^x=c$ näherungsweise durch Probieren ● verwenden ihre Kenntnisse über lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme ● verwenden ihre Kenntnisse über quadratische und exponentielle Gleichungen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme

 Funktionen – Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden	
Schülerinnen und Schüler	
Darstellen	<ul style="list-style-type: none"> stellen Funktionen (lineare, quadratische, exponentielle, Sinusfunktion) mit eigenen Worten, in Wertebellen, Grafen und in Termen dar, wechseln zwischen diesen Darstellungen und benennen ihre Vor- und Nachteile
Interpretieren	<ul style="list-style-type: none"> deuten die Parameter der Termdarstellungen von linearen und quadratischen Funktionen in der grafischen Darstellung und nutzen dies in Anwendungssituationen
Anwenden	<ul style="list-style-type: none"> wenden lineare, quadratische und exponentielle Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an (auch Zinsseszins) grenzen lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum an Beispielen gegeneinander ab
 Geometrie – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen	
Schülerinnen und Schüler	
Erfassen	<ul style="list-style-type: none"> benennen und charakterisieren Körper (Zylinder, Pyramiden, Kegel, Kugeln) und identifizieren sie in ihrer Umwelt
Konstruieren	<ul style="list-style-type: none"> skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Zylindern, Pyramiden und Kegeln und stellen die Körper her vergrößern und verkleinern einfache Figuren maßstabstreu
Messen	<ul style="list-style-type: none"> schätzen und bestimmen Umfänge und Flächeninhalte von Kreisen und zusammengesetzten Flächen sowie Oberflächen und Volumina von Zylindern, Pyramiden, Kegeln und Kugeln
Anwenden	<ul style="list-style-type: none"> berechnen geometrische Größen und verwenden dazu den Satz des Pythagoras, Ähnlichkeitsbeziehungen und die Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens und begründen Eigenschaften von Figuren mit Hilfe des Satzes des Thales



Stochastik – mit Daten und Zufall arbeiten

Schülerinnen und Schüler

Darstellen
Auswerten

- veranschaulichen zweistufige Zufallsexperimente mit Hilfe von Baumdiagrammen
- verwenden zweistufige Zufallsexperimente zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen

Beurteilen

- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten mit Hilfe der Pfadregeln
- analysieren grafische statistische Darstellungen kritisch und erkennen Manipulationen

3.4 Überblick über die Jahrgangsstufen

	 Argumentieren/ Kommunizieren	 Problemlösen	 Modellieren	 Werkzeuge, Medien
5/6	<ul style="list-style-type: none"> ● Informationen aus Texten, Bildern und Tabellen ● Erläutern von Rechenwegen ● intuitives Begründen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Schätzen, Überschlagen ● Beispiele finden, Probieren ● Überprüfen von Ergebnissen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Erstellen von Termen, Figuren und Diagrammen zu Sachaufgaben ● Angeben von Realsituationen zu Figuren, Termen und Diagrammen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Lineal, Geodreieck, Zirkel ● Plakat, Tafel ● Lerntagebuch, Merkheft
7/8	<ul style="list-style-type: none"> ● Informationen aus Grafen ● Präsentation und Bewertung von Lösungswegen ● mehrschrittige Argumentationen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Untersuchen von Zahlen und Formen ● Überprüfen auf mehrere Lösungen ● Überprüfen von Lösungswegen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Aufstellen von Gleichungen und Zuordnungen zu Realsituationen ● Angeben von Realsituationen zu Tabellen, Grafen, Gleichungen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Taschenrechner ● Tabellenkalkulation ● Geometriesoftware ● Lexika, Internet
9/10	<ul style="list-style-type: none"> ● Informationen aus authentischen Texten (Zeitung) ● Präsentation, Überprüfung und Bewertung von Problemlösungen ● Argumentationsketten (Beweise) 	<ul style="list-style-type: none"> ● Zerlegen von Problemen ● Vorwärts-/Rückwärtsarbeiten ● Bewerten von Lösungswegen 	<ul style="list-style-type: none"> ● lineare Modelle für Wachstumsprozesse ● Angeben von Realsituationen zu linearen/exponentiellen Funktionen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Funktionenplotter

	 Arithmetik/Algebra	 Funktionen	 Geometrie	 Stochastik
5/6	<ul style="list-style-type: none"> ● Rechnen mit natürlichen Zahlen, endlichen Dezimalzahlen und einfachen Brüchen ● Größen ● Ordnen, Vergleichen, Runden ● Zahlengerade ● Rechenvorteile, Teiler und Vielfache 	<ul style="list-style-type: none"> ● Tabellen und Diagramme ● Maßstab 	<ul style="list-style-type: none"> ● ebene Figuren ● Umfang und Fläche von Rechtecken ● Quader und Würfel ● Oberfläche und Volumen ● Schrägbilder, Netze, Körpermodelle 	<ul style="list-style-type: none"> ● Ur- und Strichlisten ● Häufigkeitstabellen, Säulendiagramme, Kreisdiagramme ● arithmetisches Mittel, Median
7/8	<ul style="list-style-type: none"> ● Rechnen mit rationalen Zahlen ● Termumformungen ● lineare Gleichungen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Wertetabellen, Grafen und Terme ● proportionale und antiproportionale Zuordnungen ● Prozentrechnung, Zinsrechnung 	<ul style="list-style-type: none"> ● Zeichnen von Dreiecken ● Umfang und Fläche von Dreiecken und Vierecken ● Prismen ● einfache Winkelsätze ● Kongruenz 	<ul style="list-style-type: none"> ● Planung und Durchführung von Erhebungen ● Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit ● einstufige Zufallsexperimente ● Baumdiagramme ● Laplace-Regel ● Boxplots
9/10	<ul style="list-style-type: none"> ● irrationale Zahlen ● Potenzieren, Radizieren ● Zehnerpotenzschreibweise ● lineare Gleichungssysteme ● quadratische Gleichungen 	<ul style="list-style-type: none"> ● lineare und quadratische Funktionen ● exponentielle Funktionen ● Sinusfunktion ● lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum 	<ul style="list-style-type: none"> ● Kreisberechnung ● Dreiecksberechnungen ● Zylinder, Pyramiden, Kegel, Kugeln ● Vergrößern, Verkleinern, Ähnlichkeit ● Satz des Pythagoras 	<ul style="list-style-type: none"> ● Analyse von grafischen Darstellungen ● zweistufige Zufallsexperimente ● Pfadregeln

4 Muster- und Modellaufgaben

Die folgenden Muster- und Modellaufgaben veranschaulichen und konkretisieren die in Kapitel 3 ausgeführten Kompetenzerwartungen durch Aufgabenbeispiele für die Jahrgangsstufen, an denen sich Art, Höhe und Umfang der Kompetenzerwartungen ablesen lassen.

Für den Mathematikunterricht stellen die Muster- und Modellaufgaben insbesondere Beispielprobleme dar, die Schülerinnen und Schüler auf der Grundlage der am Ende der jeweiligen Jahrgangsstufe erworbenen Kompetenzen lösen können. Die Aufgaben zeigen an komplexen und offenen Ausgangssituationen auf, wie Schülerinnen und Schüler über unterschiedliche prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzen verfügen und diese kombinieren müssen, um in inner- und außermathematischen Situationen mathematikbezogene Fragen zu lösen, zu reflektieren und zu bewerten.

Diese Aufgaben können im Unterricht eingesetzt werden, um im Laufe der jeweiligen Jahrgangsstufen Lerngelegenheiten zu bieten, anregende Fragen aufzuwerfen oder um neue Begriffe und Verfahren zu erarbeiten. Am Ende der jeweiligen Jahrgangsstufe (oder später) können sie dazu dienen, festzustellen, ob und auf welchem Niveau Schülerinnen und Schüler die der jeweiligen Aufgabe zugeordneten Kompetenzerwartungen erfüllen. Zu diesem Zweck decken die Aufgaben jeweils ein breites Spektrum über alle Kompetenzbereiche hinweg ab.

4.1 Aufgabenbeispiele für das Ende der Jahrgangsstufe 6

Aufgabe 1 – Würfelspiel

Ein Spiel mit einem Würfel hat folgende Regel:

Man darf so lange mit einem Würfel würfeln, bis eine Zahl zum zweiten Mal erscheint, also z.B. $1 - 3 - 4 - 3 -$ Stopp! Man darf sich dann so viele Punkte aufschreiben, wie man Würfe geschafft hat, in diesem Beispiel also vier Punkte. Führt das Spiel viele Male durch.

- Es liegt folgender Spielverlauf vor: $2 - 1 - 5$. Bei welcher Zahl wäre das Spiel mit dem nächsten Wurf beendet?
- Wie viele Punkte kannst du mindestens oder höchstens in einem Spiel erreichen?
- Wie viele verschiedene Spielverläufe gibt es, bei denen du drei Punkte bekommst?
- Du willst wissen, wie viele Punkte du im Durchschnitt in einem Spiel erhältst. Wie würdest du vorgehen?

Hinweise zum Einsatz der Aufgabe

Bei dieser Aufgabe geht es nicht um den Wahrscheinlichkeitsbegriff (obwohl grundlegende Einsichten vorbereitet werden), sondern um das Erheben von Daten, das systematische Zählen und das Argumentieren. Schülerinnen und Schüler müs-

sen bei diesem Problem die Gelegenheit haben, das Spiel konkret durchzuführen und eine Reihe von Spielverläufen aufzuzeichnen. Der Übergang von einer Teilaufgabe zur nächsten wird – je nach Lerngruppe – nach unterschiedlicher Spieldauer erfolgen.

- a) Die Schülerinnen und Schüler sichern ihre Kenntnisse der Spielregeln.
- b) Die Schülerinnen und Schüler entwickeln auf der Grundlage von Beispielen Einsichten in das Problem und argumentieren, um ihre Aussagen zu stützen.
- c) Die Schülerinnen und Schüler beginnen mit einer Sammlung von Spielverläufen und entwickeln dabei systematische Verfahren des Abzählens.
- d) Die Schülerinnen und Schüler nutzen bei diesem Problem die ersten grundlegenden Begriffe und Verfahren der beschreibenden Stochastik.

Variation der Aufgabenstellung

Vereinfachung der Aufgabe: Durch eine Änderung der Spielregeln kann die Aufgabenstellung vereinfacht werden: Das Spiel ist beendet, wenn die erste Zahl nochmals gewürfelt wird.

Fortführung der Aufgabe: Die Schülerinnen und Schüler werden aufgefordert, eigene weitere Spielregeln aufzustellen, teilen diese Spielregeln der Klasse mit, spielen nach den neuen Regeln und formulieren weitere Aufgaben.

Wesentliche Kompetenzen (aus Kapitel 3)

	Schülerinnen und Schüler
Argumentieren/ Kommunizieren	<ul style="list-style-type: none"> ● nutzen intuitiv verschiedene Arten des Begründens (Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitätsüberlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen) ● präsentieren Ideen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen
Problemlösen	<ul style="list-style-type: none"> ● wenden die Problemlösestrategien „Beispiele finden“, „Überprüfen durch Probieren“ an
Arithmetik/Algebra Stochastik	<ul style="list-style-type: none"> ● bestimmen Anzahlen auf systematische Weise ● erheben Daten und fassen sie in Ur- und Strichlisten zusammen ● bestimmen relative Häufigkeiten, arithmetisches Mittel und Median

Aufgabe 2 – Entfernungen

Eine Schulklasse macht einen Ausflug mit dem Zug nach Bielefeld. Sie will den Tierpark Olderdissen besuchen.

- Bestimme anhand des Stadtplans von Bielefeld die Entfernung (Luftlinie) zwischen dem Hauptbahnhof (S35) und dem Parkplatz am Tierpark Olderdissen (S33).
- Franz kennt sich in Bielefeld nicht aus. Beschreibe einen einfach zu erklärenden Fußweg und bestimme dessen Länge.
- Sarah behauptet: „Ich kenne einen Weg, der nur 2,9 km lang ist.“

Hinweis: Die nebenstehende Grafik ist hier zu Dokumentationszwecken verkleinert dargestellt, der angegebene Maßstab ist in dieser Abbildung nicht korrekt. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten mit einem Plan ihres Schulorts. Die Angaben der Aufgabenstellungen sind entsprechend zu formulieren.



Quelle: ADAC Städteatlas NRW, 95/96

Hinweise zum Einsatz der Aufgabe

- Die Schülerinnen und Schüler finden die Orte in der Karte und berechnen deren Abstand mit Hilfe der Maßstabsangabe.
- Die Schülerinnen und Schüler ermitteln in der Karte einen einfachen Weg und nutzen Verfahren zur Bestimmung der Weglänge, z.B. Messen und Addieren von Streckenlängen, Anlegen eines Fadens, Auslegen mit festen Maßlängen (Hölzchen etc.), Benutzen eines Zirkels.
- Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die Aussage, indem sie möglichst kurze Wege suchen, deren Länge ermitteln und vergleichen und die Wahl ihres Weges begründen.

Die Teilaufgaben a) – c) haben steigendes Anspruchsniveau und können auch unabhängig voneinander bearbeitet werden.

Wesentliche Kompetenzen (aus Kapitel 3)

	Schülerinnen und Schüler
Argumentieren/ Kommunizieren	<ul style="list-style-type: none"> ● erläutern mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen ● sprechen über eigene und vorgegebene Lösungswege, Ergebnisse und Darstellungen, finden, erklären und korrigieren Fehler ● präsentieren Ideen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen ● nutzen intuitiv verschiedene Arten des Begründens (Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitätsüberlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen)
Problemlösen	<ul style="list-style-type: none"> ● nutzen elementare mathematische Regeln und Verfahren (Messen, Rechnen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen ● wenden die Problemlösestrategien „Beispiele finden“, „Überprüfen durch Probieren“ an ● deuten Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung
Modellbildung	<ul style="list-style-type: none"> ● übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Terme, Figuren, Diagramme)
Werkzeug	<ul style="list-style-type: none"> ● nutzen Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen
Arithmetik/Algebra	<ul style="list-style-type: none"> ● stellen Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar ● ordnen und vergleichen Zahlen und runden natürliche Zahlen und Dezimalzahlen
Funktionen	<ul style="list-style-type: none"> ● nutzen gängige Maßstabsverhältnisse
Geometrie	<ul style="list-style-type: none"> ● schätzen und bestimmen Längen, Winkel, Umfänge von Vielecken, Flächeninhalte von Rechtecken sowie Oberfläche und Volumina von Quadern

4.2 Aufgabenbeispiele für das Ende der Jahrgangsstufe 8

Aufgabe 1 – Aufteilung von Urlaubskosten

The floor plan shows a rectangular apartment layout. At the top left is a 'Schlafzimmer' (bedroom). To its right is the 'Küche' (kitchen). Below the top-left bedroom is another 'Schlafzimmer'. In the center is a 'Wohnzimmer' (living room) containing a 'Schlafcouch / Doppelbett' (double sofa bed). To the right of the living room is a 'Voll-Bad' (full bathroom). At the bottom center is a 'Balkon' (balcony). A TV icon is located in the living room area.

Appartement 3

70 qm bis 5 Personen (1.06)
unsere große Ferienwohnung mit Balkon

Appartement mit
großem Wohnzimmer und gemütlicher Sitzecke mit Federkern-Doppelbettcouch, Essplatz, Balkon, Kabel-TV, Stereoanlage mit CD, Küche kompl. eingerichtet (incl. Mikrowelle, Geschirrspüler usw.), zwei sep. Schlafzimmer, Vollbad, Zentralheizung, komfortable Ausstattung, Kinderbett und Hochstuhl a.A. kostenlos möglich; Gartenbenutzung, Fahrräder mögl.; Parkplatz am Haus

P

Preisliste 2003	Vor/Nachaison 16.Sep. bis 31. Mai	Hauptsaison 1. Juni bis 15. Sept.	Endreinigung entfällt bei Buchung über 14 Tg.
App. 1	55.00 €	75.00 €	36.00 €
App. 2	54.00 €	72.00 €	31.00 €
App. 3	55.00 €	75.00 €	36.00 €

Die Familien Meier und Müller haben im August 2003 ihren 14-tägigen Urlaub gemeinsam in einer Ferienwohnung an der Ostsee verbracht. Familie Meier besteht aus zwei Erwachsenen und einem Sohn, Familie Müller besteht aus dem allein erziehenden Herrn Müller und seiner Tochter. Beide Kinder sind 10 Jahre alt. Für Verpflegung und gemeinsame Ausflugsfahrten im PKW der Familie Meier sind 960 Euro angefallen. Herr Meier schlägt vor, dass jede Familie die Hälfte der Gesamtkosten bezahlen soll. Herr Müller findet diesen Vorschlag nicht gerecht.

- Welche Argumente könnten Herr Meier und Herr Müller für ihre unterschiedlichen Standpunkte vorbringen?
- Welche Aufteilung könnte Herr Müller vorschlagen? Überlegt euch mindestens einen weiteren Vorschlag. Berechnet für jeden der Vorschläge die Kosten für jede Familie.

Hinweise zum Einsatz der Aufgabe:

Die Aufgabe eignet sich insbesondere für Gruppenarbeit. Durch Ergänzungen in der Aufgabenformulierung kann die Form der Präsentation der Ergebnisse (u. a. ist ein Rollenspiel denkbar) variiert werden, so dass auch weitere Kompetenzen erfassbar sind. Diese auf einem realen Kontext basierende Aufgabe lässt vielfältige Lösungswege (Dreisatz, Brüche,...) zu. Je nach gewähltem Lösungsweg werden daher die folgenden Kompetenzen angesprochen.

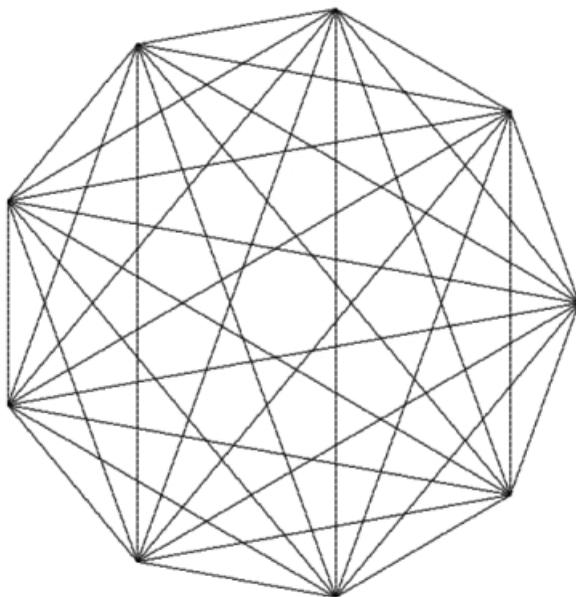
Wesentliche Kompetenzen (aus Kapitel 3)

	Schülerinnen und Schüler
Argumentieren/ Kommunizieren	<ul style="list-style-type: none">● ziehen Informationen aus mathemathikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graf), strukturieren und bewerten sie● arbeiten bei der Lösung von Problemen im Team● präsentieren Lösungswege in kurzen, vorbereiteten Beiträgen
Problemlösen	<ul style="list-style-type: none">● geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder und entnehmen ihnen die relevanten Größen● überprüfen bei einem Problem die Möglichkeit mehrerer Lösungen oder Lösungswege
Modellieren	<ul style="list-style-type: none">● übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen, Zufallsversuche)
Arithmetik/Algebra	<ul style="list-style-type: none">● wenden ihre arithmetischen Kenntnisse von Zahlen und Größen an, nutzen Strategien für Rechenvorteile, Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle
Funktionen	<ul style="list-style-type: none">● wenden die Eigenschaften von proportionalen, antiproportionalen und linearen Zuordnungen sowie einfache Dreisatzverfahren zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an

Aufgabe 2 – Diagonalen im regelmäßigen Neuneck

Die Verbindungsstrecke zweier nicht benachbarter Eckpunkte eines Vielecks wird Diagonale genannt.

Die folgende Figur zeigt ein regelmäßiges Neuneck mit sämtlichen Diagonalen:



Lehrer Lämpel hat in seiner Klasse die Aufgabe gestellt, die Diagonalenanzahl zu bestimmen. Er hat pfiffige Schülerinnen und Schüler. Er findet in ihren Heften folgende Eintragungen:

Anna: $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 - 9 = 27$

Birgit: $6 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 27$

Hans: $6 \cdot 9 : 2 = 27$

Alle drei haben die Aufgabe richtig gelöst, aber leider keine Erläuterungen zu ihren Rechnungen angegeben.

Gib zu mindestens einer der von Anna, Birgit und Hans aufgeschriebenen Lösungen eine ausführliche Begründung an.

Hinweise zum Einsatz der Aufgabe:

Das Verfahren des Anählens führt zur Frage, wie dieses Verfahren systematisiert werden kann, und damit zu den von Anna, Birgit und Hans angegebenen Lösungen.

Die verschiedenen Lösungsstrategien sollen von den Schülerinnen und Schülern nachvollzogen und begründet werden.

Die Schülerinnen und Schüler können aufgefordert werden, Aufgaben selbst zu finden, die mit ähnlicher Strategie gelöst werden können, z.B. wie viele Spiele werden in der Hinrunde der Fußball-Bundesliga ausgetragen?

Wesentliche Kompetenzen (aus Kapitel 3)

	Schülerinnen und Schüler
Argumentieren/ Kommunizieren	<ul style="list-style-type: none"> ● erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen ● vergleichen und bewerten Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen
Problemlösen	<ul style="list-style-type: none"> ● überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen
Arithmetik/Algebra	<ul style="list-style-type: none"> ● bestimmen Anzahlen auf systematische Weise

Aufgabe 3 – Auch Kopieren will gelernt sein

Jonas hat ein Rechteck der Länge 10 cm und der Breite 4 cm auf ein DIN-A4-Blatt gezeichnet. Anschließend fertigt er von diesem Blatt eine vergrößerte Kopie (Einstellung des Kopierers 125 %) an. Er misst die Länge und Breite nach – alles wie erwartet!



- a) Wie lang sind die Seitenlängen auf der vergrößerten Kopie?

Berechne und überprüfe dein Ergebnis am Kopierer.

Kathrin macht Jonas ein Angebot: „Wenn du dein vergrößertes Rechteck mit dem Kopierer wieder auf die ursprüngliche Größe bringen kannst, lade ich dich zum Eis ein.“ Nach einigen vergeudeteten Kopien hat es Jonas noch nicht geschafft. Kann ihm die Mathematik weiterhelfen?

- b) Wie muss Jonas den Kopierer einstellen, um die Vergrößerung wieder in die Originalgröße (Länge 10 cm, Breite 4 cm) zu bekommen? Formuliere und begründe zunächst deine Vermutung.
- c) Überprüfe deine Vermutung durch eine Rechnung. Probiere am Kopierer aus, ob deine berechnete Prozentzahl für die Verkleinerung zum Erfolg führt.
- d) Beschreibe mit eigenen Worten, warum sich die Ergebnisse möglicherweise unterscheiden.

Hinweise zum Einsatz der Aufgabe:

Bei dieser Aufgabe geht es um eine Veränderung des Grundwertes. Den Schülerinnen und Schülern muss deutlich werden, dass eine Erhöhung um x Prozent nicht

durch eine Verminderung um x Prozent ausgeglichen werden kann. Sie haben bei diesem Beispiel Gelegenheit, ihre Vermutungen und Berechnungen handelnd am Kopierer überprüfen zu können:

- Die Seitenlängen der Vergrößerung werden berechnet. Durch Anfertigen einer vergrößerten Kopie können die berechneten Werte empirisch überprüft werden. Die Vergrößerung des Rechtecks kann auf Folie der Klasse zur Verfügung gestellt oder von den Schülerinnen und Schülern selbst erstellt werden.
- Vermutungen und Begründungen sollten im Unterricht gesammelt werden. Die Schülerinnen und Schüler entwickeln in dieser Unterrichtsphase Einsicht in das Problem und argumentieren intuitiv, um ihre Aussagen zu belegen.
- Als mögliche Hilfestellung und als Lösungsansatz für die Schülerinnen und Schüler bietet sich der Vergleich der Seitenlängen aus Original und Vergrößerung an. Durch Erstellen einer verkleinerten Kopie auf einem Kopierer sollte das berechnete Ergebnis empirisch überprüft werden.
- Die Schülerinnen und Schüler können darüber reflektieren, warum Jonas zunächst eine nicht maßstäbliche Verkleinerung erstellt hat, d. h. wie eine spontan gefundene Lösung aussehen könnte. Der Vergleich mit der richtigen Lösung bei der Aufgabe gibt Anlass, über die Bedeutung des Grundwertes und seiner Veränderung bei dieser und auch bei anderen Aufgaben zu diskutieren.

Wesentliche Kompetenzen (aus Kapitel 3)

	Schülerinnen und Schüler
Argumentieren/ Kommunizieren	<ul style="list-style-type: none"> ● erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen ● vergleichen und bewerten Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen ● nutzen mathematisches Wissen für Begründungen, auch in mehrschrittigen Argumentationen
Problemlösen	<ul style="list-style-type: none"> ● untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und stellen Vermutungen auf ● nutzen verschiedene Darstellungsformen (Tabellen, Skizzen, Gleichungen) zur Problemlösung ● überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen
Arithmetik/Algebra	<ul style="list-style-type: none"> ● deuten Dezimalzahlen und Prozentzahlen als andere Darstellungsform für Brüche und stellen sie an der Zahlengerade dar, führen Umwandlungen zwischen Bruch, Dezimalzahl und Prozentzahl durch
Funktionen	<ul style="list-style-type: none"> ● berechnen Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Realsituationen (auch Zinsrechnung)

4.3 Aufgabenbeispiele für das Ende der Jahrgangsstufe 10

Aufgabe 1 – Immer weniger Menschen in Deutschland!

Jedes Jahr nimmt die Gesamtzahl der in Deutschland lebenden Menschen ab. Lebten 1990 noch etwa 83 Millionen Menschen in Deutschland, so waren es im Jahre 2000 nur noch 80,5 Millionen Menschen.

1. Zur Prognose der Einwohnerzahl Deutschlands im Jahre 2100 überlegen sich Harri und Betti folgende Lösungsansätze:

Harri:

1990	2000	2010	2020	2030	2040	2050	2060	2070	2080	2090	2100
83,0	80,5	78,0	75,5	73,0							

Betti:

1990	2000	2010	2020	2030	2040	2050	2060	2070	2080	2090	2100
83,0	80,5	78,1	75,7	73,4	71,2						

- a) Zu welcher Lösung werden Harri und Betti gelangen?
 - b) Erläutere den Unterschied zwischen Harri's und Betti's Lösungsansätzen. Welche der beiden Lösungen erscheint dir realistischer? Auf welche Bevölkerungszahlen kommen Harri und Betti für das Jahr 2400?
2. Stelle die Ansätze von Harri und Betti durch Funktionsterme dar und zeichne die zugehörigen Grafen.
 3. Zu welchen Antworten gelangen Harri bzw. Betti bei den folgenden Fragen?
 - a) Wann werden nur noch 50 Millionen Menschen in Deutschland leben?
 - b) Wann werden nur noch halb so viele Menschen wie 1990 in Deutschland leben?

Hinweise zum Einsatz der Aufgabe:

Bei dieser Aufgabe geht es um die Frage der realistischen Anwendung linearer oder exponentieller Modelle. Die Bearbeitung von Aufgabenteil 1 erfordert, dass die Schüler und Schülerinnen die Grundeigenschaften linearen Wachstums (gleicher Summand bei gleicher Zeitspanne) bzw. exponentiellen Wachstums (gleicher Faktor bei gleicher Zeitspanne) gegeneinander abgrenzen.

Wesentliche Kompetenzen (aus Kapitel 3)

	Schülerinnen und Schüler
Argumentieren/ Kommunizieren	<ul style="list-style-type: none"> ● erläutern mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen ● vergleichen und bewerten Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen ● überprüfen und bewerten Problembearbeitungen ● nutzen mathematisches Wissen und mathematische Symbole für Begründungen und Argumentationsketten
Problemlösen	<ul style="list-style-type: none"> ● überprüfen Lösungswege auf Richtigkeit und Schlüssigkeit
Modellieren	<ul style="list-style-type: none"> ● übersetzen Realsituationen, insbesondere exponentielle Wachstumsprozesse, in mathematische Modelle (Tabellen, Grafen, Terme) ● überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell ● vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation
Werkzeuge	<ul style="list-style-type: none"> ● nutzen mathematische Werkzeuge (Tabellenkalkulation, Geometriesoftware, Funktionenplotter) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme
Funktionen	<ul style="list-style-type: none"> ● stellen Funktionen (quadratische, exponentielle, Sinusfunktion) mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Grafen und in Termen dar, wechseln zwischen diesen Darstellungen und benennen ihre Vor- und Nachteile ● grenzen lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum an Beispielen gegeneinander ab ● wenden lineare, quadratische und exponentielle Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an (auch Zinseszins)

Aufgabe 2 – Body-Mass-Index

Im Heft 12/2002 der Stiftung Warentest finden sich folgende Informationen zum BMI:

GEWICHTSKONTROLLE

Berechnen Sie Ihren BMI

Der Body-Mass-Index (BMI) ist zurzeit die anerkannte Methode, um Über- oder Untergewicht festzustellen. So können Sie Ihren BMI berechnen:

Gewicht in Kilogramm
Körpergröße in m² = BMI

Zum Beispiel: $70/1,70^2 = 24,2$ BMI

Ein BMI zwischen 20 und 25 bedeutet: Das Gewicht ist ideal. Ein Wert zwischen 25 und 30 deutet auf leichtes Übergewicht hin. Behandelt werden muss das nur, wenn Risikofaktoren vorliegen. Etwa Herz-Kreislauf-Leiden, Gelenkerkrankungen, Diabetes. Leute ab 65 Jahre dürfen einen höheren BMI haben (Frauen zwischen 24 und 29, Männer zwischen 26 und 30), um bei Krankheiten über Reserven zu verfügen. Ein BMI über 30 zeigt Fettleibigkeit (Adipositas) an. Betroffene sollten dringend abspecken. Ein BMI unter 18 gilt immer als Untergewicht.

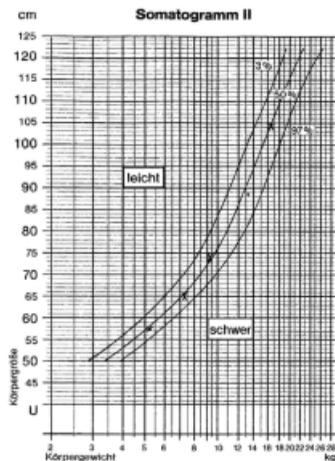
12/2002 test 93

- a) i) Bestimme den BMI einer 1,90 m großen Person mit einem Körpergewicht von 80 kg.
- ii) In welchem Bereich sollte das Körpergewicht einer 1,83 m großen Person liegen.
- b) Till Eugenspiegel hat in dem obigen Artikel einen Fehler entdeckt. Wie immer sitzt ihm der Schalk im Nacken, und er schreibt folgenden Brief an die Stiftung Warentest:

*„Liebe Stiftung Warentest,
ich bin 1,85 m groß und wiege 70 kg. Nach Ihrer Formel habe ich einen BMI von 38 kg/m². Ich habe aber nicht das Gefühl, dass ich an Fettleibigkeit leide. Mit der Bitte um Erklärung verbleibe ich mit freundlichen Grüßen.“*

Schreibe im Auftrag der Stiftung Warentest einen kurzen Antwortbrief an Till.

- c) In welchem Bereich sollte das Körpergewicht eines 60 cm großen Säuglings liegen? Vergleiche dein Ergebnis mit den Informationen des nebenstehenden Somatogramms, das in jedem Kinder-Untersuchungsheft – auch in deinem! – zu finden ist. Beurteile aufgrund deines Vergleichs die Gültigkeit der im obigen Zeitungsartikel aufgestellten Regeln. (Hinweis: Die Grafik ist zu Dokumentationszwecken nur verkleinert dargestellt.)



d) Vor der Einführung des BMI gab es folgende Regeln:

Das Normalgewicht (in kg) einer Person entspricht der um 100 verminderten Körpergröße (in cm). Das Idealgewicht beträgt 90 % des Normalgewichts.

Welches Idealgewicht ergibt sich daraus für eine 1,83 m große Person?

e) In einem Artikel des Mindener Tageblatts vom 8.2.2003 findet sich folgender Satz:

"Als fettsüchtig gelten Kinder, deren Gewicht etwa 20 Prozent über dem Altersgruppendurchschnitt liegt."

Philipp Pfiffig meint dazu: "Wenn sich alle Kinder einig wären, könnten sie nach Herzenslust schlemmen, und trotzdem gäbe es keine fettsüchtigen Kinder."

Was meinst du dazu?

Hinweis zum Einsatz der Aufgabe

Die Aufgabe erfordert gegebenenfalls ein zusätzliches Eingehen auf die Problematik ungeeigneter Ernährung oder falscher Einschätzung des eigenen Gewichtes.

Bei dem Aufgabenteil c) müssen zusätzliche Informationen aus einer recht komplexen grafischen Darstellung gewonnen werden.

Wesentliche Kompetenzen (aus Kapitel 3)

	Schülerinnen und Schüler
Argumentieren/ Kommunizieren	● ziehen Informationen aus einfachen authentischen Texten (z. B. Zeitungsberichten) und mathematischen Darstellungen, analysieren und beurteilen die Aussagen
Problemlösen	● überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen
Modellieren	● überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell ●übersetzen Realsituationen, insbesondere exponentielle Wachstumsprozesse, in mathematische Modelle (Tabellen, Grafen, Terme)
Arithmetik/Algebra	●deuten Dezimalzahlen und Prozentzahlen als andere Darstellungsform für Brüche und stellen sie an der Zahlengerade dar, führen Umwandlungen zwischen Bruch, Dezimalzahl und Prozentzahl durch
Funktion	●berechnen Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Realsituationen (auch Zinsrechnung)

Aufgabe 3 – Heißluftballon

Wie viel Liter Luft sind (ungefähr) in diesem Heißluftballon?



Samstag und Sonntag startet auf dem Osterfeld mehrmals dieser stattliche Heißluftballon aus der niederländischen Partnerstadt Oldenzaal. Interessierte erfahren die Startzeiten am Stand auf dem Marktplatz.

extra Wochenblatt, 18. 3. 1999

Quelle: Wilfried Herget „Ein Bild sagt mehr als tausend Worte“, <http://blk.mat.uni-bayreuth.de/>

Hinweise zum Einsatz der Aufgabe:

Diese Aufgabe ist gänzlich offen, ohne Vorgaben an die Vorgehensweise der Schülerinnen und Schüler, gestellt. Ziel ist die Bestimmung eines groben Näherungswertes für das Volumen des Ballons und die Entwicklung geeigneter Methoden hierfür. Dies kann z. B. erfolgen über:

- die Zerlegung des Ballonkörpers in eine Halbkugel und einen Kegel; „maßstäbliche Abschätzungen und Berechnung“ von Radius und Höhe, Bewertung der „Genauigkeit“ des Ergebnisses
- die Annäherung des Ballonkörpers durch eine Kugel
- die Annäherung des Ballonkörpers durch einen Würfel.

Um einen Maßstab zu gewinnen kann die geschätzte Körpergröße einer abgebildeten Person herangezogen werden.

Wesentliche Kompetenzen (aus Kapitel 3)

	Schülerinnen und Schüler
Argumentieren/ Kommunizieren	<ul style="list-style-type: none">● ziehen Informationen aus einfachen authentischen Texten (z. B. Zeitungsberichten) und mathematischen Darstellungen, analysieren und beurteilen die Aussagen
Problemlösen	<ul style="list-style-type: none">● zerlegen Probleme in Teilprobleme● vergleichen Lösungswege und Problemlösestrategien und bewerten sie
Modellieren	<ul style="list-style-type: none">● übersetzen Realsituationen, insbesondere exponentielle Wachstumsprozesse, in mathematische Modelle (Tabellen, Grafen, Terme)
Geometrie	<ul style="list-style-type: none">● schätzen und bestimmen Umfänge und Flächeninhalte von Kreisen und zusammengesetzten Flächen sowie Oberflächen und Volumina von Zylindern, Pyramiden, Kegeln und Kugeln

5 Leistungsfeststellung

Die rechtlich verbindlichen Hinweise zur Leistungsfeststellung sowie zu Verfahrensvorschriften sind in der Allgemeinen Schulordnung dargestellt (ASchO §§ 21-25). Diese Regelungen werden ab 1. 8. 2005 durch die entsprechenden Vorschriften des in den parlamentarischen Beratungen befindlichen Schulgesetzes (§ 47) abgelöst.

Die Leistungsfeststellung bezieht sich auf die im Zusammenhang mit dem Unterricht erworbenen Kompetenzen und setzt voraus, dass die Schülerinnen und Schüler hinreichend Gelegenheit hatten, die in Kapitel 3 ausgewiesenen Kompetenzen zu erwerben.

Erfolgreiches Lernen ist kumulativ. Entsprechend sind die Kompetenzerwartungen in den Bereichen des Faches jeweils in ansteigender Progression und Komplexität formuliert. Dies bedingt, dass Unterricht und Lernerfolgsüberprüfungen darauf ausgerichtet sein müssen, Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zu geben, grundlegende Kompetenzen, die sie in den vorangegangenen Jahren erworben haben, wiederholt und in wechselnden Kontexten anzuwenden. Für Lehrerinnen und Lehrer sind die Ergebnisse der Lernerfolgsüberprüfungen Anlass, die Zielsetzungen und die Methoden ihres Unterrichts zu überprüfen und ggf. zu modifizieren. Für die Schülerinnen und Schüler sollen sie eine Hilfe für weiteres Lernen darstellen.

Die Leistungsfeststellung ist daher so anzulegen, dass sie den Lernenden auch Erkenntnisse über die individuelle Lernentwicklung ermöglicht. Die Beurteilung von Leistungen soll demnach mit der Diagnose des erreichten Lernstandes und individuellen Hinweisen für das Weiterlernen verbunden werden. Wichtig für den weiteren Lernfortschritt ist es, bereits erreichte Kompetenzen herauszustellen und die Lernenden zum Weiterlernen zu ermutigen. Dazu gehören auch Hinweise zu Erfolg versprechenden individuellen Lernstrategien. Den Eltern sollten im Rahmen der Lern- und Förderempfehlungen Wege aufgezeigt werden, wie sie das Lernen ihrer Kinder unterstützen können.

Im Sinne der Orientierung an Standards sind grundsätzlich alle in Kapitel 3 des Lehrplans ausgewiesenen Bereiche („Argumentieren/Kommunizieren“, „Problemlösen“, „Modellieren“, „Werkzeuge“, „Arithmetik/Algebra“, „Funktionen“, „Geometrie“ und „Stochastik“) bei der Leistungsbewertung angemessen zu berücksichtigen. Dabei kommt den prozessbezogenen Kompetenzen der gleiche Stellenwert zu wie den inhaltsbezogenen Kompetenzen.

Schriftliche Arbeiten (Klassenarbeiten) dienen der schriftlichen Überprüfung der Lernergebnisse einer vorausgegangenen Unterrichtssequenz. Sie sind so anzulegen, dass die Schülerinnen und Schüler Sachkenntnisse und Fähigkeiten nachweisen können. Sie bedürfen angemessener Vorbereitung und verlangen klar verständliche Aufgabenstellungen.

Die Aufgabenstellungen sollen die Vielfalt der im Unterricht erworbenen Kompetenzen und Arbeitsweisen widerspiegeln. So ist es empfehlenswert, einen Teil der Aufgaben dem reproduktiven oder operativen Bereich zu entnehmen. Darüber hinaus sollten Schülerinnen und Schüler zunehmend Aufgaben bearbeiten, bei denen es um Begründungen, Darstellung von Zusammenhängen, Interpretationen und kritische Reflexionen geht. Hierbei sind besonders die in Kapitel 3 konkret formulierten prozessbezogenen Kompetenzen zu berücksichtigen. Es sind ebenfalls Aufgaben

einzu beziehen, bei denen nicht von vornherein eine eindeutige Lösung feststeht, sondern bei denen Schülerinnen und Schüler individuelle Lösungs- oder Gestaltungsideen einbringen können. Beispiele hierzu finden sich in Kapitel 4.

Es ist auch erwünscht, Schülerinnen und Schüler bei der Auswahl der Aufgabentypen für eine Klassenarbeit angemessen zu beteiligen und so deren Fähigkeit zur Einschätzung der von ihnen erworbenen Kompetenzen zu stärken.

Der Bewertungsbereich „**Sonstige Leistungen**“ erfasst die Qualität und Kontinuität der Beiträge, die die Schülerinnen und Schüler im Unterricht einbringen. Diese Beiträge sollen unterschiedliche mündliche und schriftliche Formen in enger Bindung an die Aufgabenstellung und das Anspruchsniveau der jeweiligen Unterrichtseinheit umfassen. Gemeinsam ist diesen Formen, dass sie in der Regel einen längeren, abgegrenzten, zusammenhängenden Unterrichtsbeitrag einer einzelnen Schülerin, eines einzelnen Schülers bzw. einer Gruppe von Schülerinnen und Schülern darstellen.

Zu „Sonstigen Leistungen“ zählen beispielsweise

- Beiträge zum Unterrichtsgespräch in Form von Lösungsvorschlägen, das Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachtungen oder das Bewerten von Ergebnissen
- kooperative Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeit (Anstrengungsbereitschaft, Teamfähigkeit, Zuverlässigkeit)
- im Unterricht eingeforderte Leistungsnachweise, z. B. vorgetragene Hausaufgaben oder Protokolle einer Einzel- oder Gruppenarbeitsphase, angemessene Führung eines Heftes oder eines Lerntagebuchs
- kurze, schriftliche Überprüfungen.

Die Fachlehrerin bzw. der Fachlehrer kann neben diesen Bewertungsformen auch alternative Formen, wie Portfolios oder langfristig vorzubereitende größere schriftliche Hausarbeiten über eine mathematikbezogene Fragestellung einsetzen. Die Durchführung und die Bewertungskriterien müssen den Schülerinnen und Schülern im Voraus transparent gemacht werden. Es ist zu empfehlen, ihnen die Anforderungen und Kriterien an Beispielen zu verdeutlichen.