

**Kernlehrplan
für die Sekundarstufe I
Gesamtschule/Sekundarschule
in Nordrhein-Westfalen**

Mathematik

(Entwurf Verbändebeitilgung: 22.10.2021)

ENTWURF

Impressum

[wird zur Inkraftsetzung ergänzt]

ENTWURF

Vorwort

[*wird zur Inkraftsetzung ergänzt*]

ENTWURF

Auszug aus dem Amtsblatt

[*wird zur Inkraftsetzung ergänzt*]

ENTWURF

Inhalt

Vorbemerkungen: Kernlehrpläne als kompetenzorientierte Unterrichtsvorgaben	7
1 Aufgaben und Ziele des Faches	8
2 Kompetenzbereiche, Inhaltsfelder und Kompetenzerwartungen	12
2.1 Kompetenzbereiche und Inhaltsfelder des Faches	15
2.2 Prozessbezogene Kompetenzerwartungen bis zum Ende der Sekundarstufe I	19
2.3 Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 5/6	24
2.4 Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 7/8	28
2.5 Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 9/10	32
3 Lernerfolgsüberprüfung und Leistungsbewertung	36

ENTWURF

Vorbemerkungen: Kernlehrpläne als kompetenzorientierte Unterrichtsvorgaben

Kernlehrpläne leisten einen wichtigen Beitrag zur Sicherung des Anspruchsniveaus an der Einzelschule sowie im ganzen Land und schaffen notwendige Voraussetzungen für die Vergleichbarkeit von Lernergebnissen.

Kernlehrpläne

- bieten allen an Schule Beteiligten Orientierung über die Aufgaben und Ziele der Fächer,
- geben eine curriculare Stufung vor und legen fest, welche fachbezogenen Kompetenzen einschließlich zugrundeliegender Wissensbestände Schülerinnen und Schüler am Ende der Stufen erworben haben sollen,
- stellen eine landesweite Obligatorik strukturiert in fachspezifische Inhalte und darauf bezogene fachliche Kompetenzen dar,
- sind Grundlage für die Überprüfung von Lernergebnissen und Leistungsständen,
- fokussieren auf überprüfbares fachliches Wissen und Können. Aussagen zu allgemeinen, fächerübergreifend relevanten Bildungs- und Erziehungszielen werden im Wesentlichen außerhalb der Kernlehrpläne, u. a. in Richtlinien und Rahmenvorgaben getroffen. Sie sind neben den fachspezifischen Vorgaben der Kernlehrpläne bei der Entwicklung von schuleigenen Vorgaben und bei der Gestaltung des Unterrichts zu berücksichtigen,
- bilden die curriculare Grundlage für die Entwicklung schuleigener Unterrichtsvorgaben bzw. schulinterner Lehrpläne (§ 29 sowie § 70 SchulG NRW). Da sich Kernlehrpläne auf zentrale fachliche Fertigkeiten und Wissensbestände beschränken, erhalten Schulen die Möglichkeit, aber auch die Aufgabe, gegebene Freiräume schul- und lerngruppenbezogen auszugestalten. In Verbindung mit dem Schulprogramm erfolgen Schwerpunktsetzungen im Unterricht in inhaltlicher, didaktischer und methodischer Hinsicht.

1 Aufgaben und Ziele des Faches

Mathematik ist eine der bedeutsamsten globalen Kulturleistungen, die sich über tausende von Jahren auf der Suche nach dem Schlüssel zum Verständnis der Welt entwickelt hat. Sie stellt ein eigenständiges Gebäude aus Begriffen, Theorien und Strukturen dar, das es ermöglicht, Ausschnitte der naturgegebenen Wirklichkeit und Vorgänge in komplexen Systemen wie der Wirtschaft und der Gesellschaft zu erfassen und zu verstehen.

Als Sprache der Naturwissenschaften und Technik ermöglicht die Mathematik wissenschaftliche Entwicklungen und Lösungen technischer Probleme und leistet damit einen wesentlichen Beitrag zur Gestaltung unserer modernen Welt. Ebenso bilden mit mathematischen Methoden gewonnene Erkenntnisse in Politik und Wirtschaft sowie in den Sozial- und Geisteswissenschaften häufig die Grundlage für Entscheidungen.

Das Ziel des Mathematikunterrichts ist eine grundlegende, erweiterte oder vertiefte mathematische Grundbildung der Schülerinnen und Schüler. Während bei der grundlegenden mathematischen Bildung die Fähigkeiten bezogen auf die Bewältigung von gegenwärtigen und zukünftigen Anforderungen im Alltag fokussiert werden, geht die erweiterte bzw. vertiefte mathematische Grundbildung darüber hinaus und es werden vermehrt gegenwärtige und zukünftige gesellschaftliche und individuelle Anforderungen in den Blick genommen. Allen Schülerinnen und Schülern sollen im Mathematikunterricht Angebote gemacht werden, die sie in die Lage versetzen, die Rolle der Mathematik in der Welt zu erkennen, begründete mathematische Urteile zu fällen sowie die Mathematik aktiv zu nutzen. Ausgangspunkt dafür sind die in der Primarstufe erworbenen Kompetenzen, auf denen der Mathematikunterricht der Sekundarstufe I unter Berücksichtigung individueller Fähigkeiten spiralförmig aufbaut.

Dieser Kernlehrplan setzt die KMK-Bildungsstandards um und orientiert sich am Konzept eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts¹. Demnach sollen den Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht mit dem Ziel der mathematischen Grundbildung insbesondere die folgenden Grunderfahrungen ermöglicht werden:

- technische, natürliche, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mithilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen, beurteilen und beeinflussen (Mathematik als Anwendung),
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen und Bildern, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art erkennen und weiterentwickeln (Mathematik als Struktur),

¹ Nach Heinrich Winter, GDM-Mitteilungen Nr. 61 (1995)

- in der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen Kreativität und Problemlösefähigkeit, die über die Mathematik hinausgehen, erwerben und einsetzen (Mathematik als individuelle und kreative intellektuelle Tätigkeit).

Ein Mathematikunterricht, der Anwendungen als Grunderfahrungen ernst nimmt, bildet die Voraussetzung zur eigenverantwortlichen Bewältigung der Anforderungen in der digitalen Welt, in Wirtschaft und Politik und des gesellschaftlichen Alltags. Als Basis für objektivierte Beurteilungen von Daten und Informationen ermöglicht die zu erreichende mathematische Grundbildung fundierte Argumentationen in Entscheidungsprozessen und trägt so zur Entwicklung von Verantwortungsbereitschaft und zur Entwicklung der Persönlichkeit bei. Der Mathematikunterricht der Gesamtschulen-Sekundarschulen erschließt die Mathematik als zentralen Bestandteil unserer Kultur.

Im Mathematikunterricht werden beim Lösen von Aufgaben und im Umgang mit Problemen individuelle Zugänge bzw. kreative Lösungen entwickelt, ausgetauscht und diskutiert. Auch beim Beschreiten von Umwegen oder Irrwegen werden durch Reflexion neue Erkenntnisse gewonnen. Die Wirkung des Mathematikunterrichts entfaltet sich in der individuellen Auseinandersetzung mit fachlichen Strukturen ebenso wie in der wechselseitigen Verständigung und Kooperation. Ein so gestalteter Mathematikunterricht trägt wesentlich zur allgemeinen Bildung der Schülerinnen und Schüler bei und wirkt weit über die Schulzeit hinaus.

Das planvolle, systematische Vorgehen, ein präziser Sprachgebrauch und die folgerichtige Argumentation beim Erfassen von Zusammenhängen entwickelt das Denk- und Abstraktionsvermögen der Schülerinnen und Schüler. Der Unterricht ist so anzulegen, dass beim Entdecken von Zusammenhängen und Gesetzmäßigkeiten sowie dem Vergleichen und Bewerten von Lösungswegen sich bei den Schülerinnen und Schülern kognitive Strategien ausbilden können. Dadurch sollen die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzt werden, Situationen aus verschiedenen Blickwinkeln zu erfassen und Fragestellungen zu variieren. Die für die Mathematik typische systematische Analyse von Fragestellungen ermöglicht es, sich eine begründete Meinung zu bilden. Den Schülerinnen und Schülern gelingt es, durch die eingesetzten Methoden die persönliche Urteilsfähigkeit auszubilden, um Ergebnisse zu überprüfen und zu werten.

Dieser Prozess des Kompetenzerwerbs wird durch die Lehrkräfte mithilfe sinnstiftender und motivierender Lernumgebungen initiiert, begleitet und ausgewertet. Die konkrete Gestaltung dieser Lernumgebung ist nicht nur an der jeweiligen Kompetenzerwartung auszurichten, sondern muss auch dem Individuum ebenso wie der Lerngruppe als Ganzem gerecht werden. Alltagsnahe Situationen stellen den Bezug zwischen der Lebenswirklichkeit der Schülerinnen und Schüler sowie den mathematischen Zusammenhängen und Erkenntnissen her. Die Lehrkräfte unterstützen Schülerinnen und Schüler bei verständnisorientierter Auseinandersetzung mit Mathematik,

wecken Interesse an mathemathikhaltigen Fragestellungen und ermöglichen Erfolgserlebnisse im Umgang mit mathematischen Problemstellungen. Dies wird durch vielfältige und variierende Unterrichtsformen ermöglicht, die von der verständnisorientierten Wissensvermittlung durch die Lehrkraft bis hin zum entdeckenden Lernen reichen. Das Lernen aus Fehlern ist immanenter Bestandteil des Lernprozesses. In einem derart gestalteten Mathematikunterricht ist die Diskussion über die Tragfähigkeit und Übertragbarkeit von Verfahren und Modellen Quelle für neue Erkenntnisse.

Unterricht in Mathematik muss unterschiedliche Vorerfahrungen von allen Geschlechtern wahrnehmen und alle Geschlechter dazu ermutigen, ihr Interesse an mathematischen Zusammenhängen selbstbewusst zu verfolgen und so ihre Fähigkeiten und Entwicklungspotenziale zu nutzen. Er sollte außerdem aufzeigen, dass mathematische Kenntnisse für alle Geschlechter attraktive berufliche Perspektiven eröffnen.

Gemäß dem Bildungsauftrag der Gesamtschule/Sekundarschule leistet das Fach Mathematik einen Beitrag dazu, den Schülerinnen und Schülern eine grundlegende, erweiterte oder vertiefte Allgemeinbildung zu vermitteln und sie entsprechend ihren Leistungen und Neigungen zu befähigen, nach Maßgabe der Abschlüsse in der Sekundarstufe I ihren Bildungsweg in berufsqualifizierenden Bildungsgängen oder im Bildungsgang der Sekundarstufe II fortzusetzen.

Im Rahmen des allgemeinen Bildungs- und Erziehungsauftrags der Schule unterstützt der Unterricht im Fach Mathematik die Entwicklung einer mündigen und sozial verantwortlichen Persönlichkeit und leistet weitere Beiträge zu fachübergreifenden Querschnittsaufgaben in Schule und Unterricht. Hierzu zählen u. a.

- Menschenrechtsbildung,
- Werteerziehung,
- politische Bildung und Demokratieerziehung,
- Bildung für die digitale Welt und Medienbildung,
- Bildung für nachhaltige Entwicklung,
- geschlechtersensible Bildung,
- kulturelle und interkulturelle Bildung.

Sprache ist ein notwendiges Hilfsmittel bei der Entwicklung von Kompetenzen und besitzt deshalb für den Erwerb einer grundlegenden, erweiterten oder vertieften mathematischen Grundbildung eine besondere Bedeutung. Kognitive Prozesse des mathematischen Argumentierens, Kommunizierens, Modellierens, Problemlösens und Operierens sind ebenso sprachlich vermittelt wie der kommunikative Austausch darüber und die Präsentation von Lernergebnissen. In der aktiven Auseinandersetzung mit fachlichen Inhalten, Prozessen und Ideen erweitert sich der vorhandene Wortschatz, und es entwickelt sich ein zunehmend differenzierter und bewusster Einsatz von

Sprache. Dadurch entstehen Möglichkeiten, Konzepte sowie eigene Wahrnehmungen, Gedanken und Interessen angemessen darzustellen.

Die interdisziplinäre Verknüpfung von Schritten einer kumulativen Kompetenzentwicklung, inhaltliche Kooperationen mit anderen Fächern und Lernbereichen sowie außerschulisches Lernen und Kooperationen mit außerschulischen Partnern können sowohl zum Erreichen und zur Vertiefung der jeweils fachlichen Ziele als auch zur Erfüllung übergreifender Aufgaben beitragen.

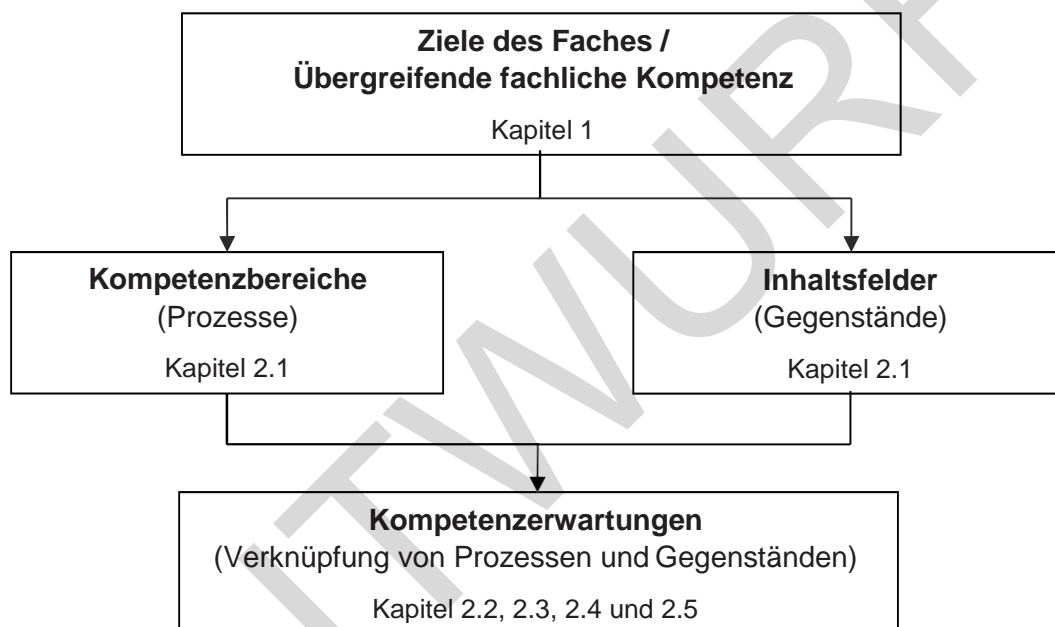
Der vorliegende Kernlehrplan ist so gestaltet, dass er Freiräume für Vertiefung, schuleigene Projekte und aktuelle Entwicklungen lässt. Die Umsetzung der verbindlichen curricularen Vorgaben in schuleigene Vorgaben liegt in der Gestaltungsfreiheit – und Gestaltungspflicht – der Fachkonferenzen sowie der pädagogischen Verantwortung der Lehrerinnen und Lehrer. Damit ist der Rahmen geschaffen, gezielt Kompetenzen und Interessen der Schülerinnen und Schüler aufzugreifen und zu fördern bzw. Ergänzungen der jeweiligen Schule in sinnvoller Erweiterung der Kompetenzen und Inhalte zu ermöglichen.

ENTWURF

2 Kompetenzbereiche, Inhaltsfelder und Kompetenzerwartungen

Im Kapitel „Aufgaben und Ziele“ der Kernlehrpläne werden u. a. die Ziele des Faches sowie die allgemeinen Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler im jeweiligen Fach entwickeln sollen (übergreifende fachliche Kompetenz), beschrieben.

Sie werden ausdifferenziert, indem fachspezifische Kompetenzbereiche und Inhaltsfelder identifiziert und ausgewiesen werden. Dieses analytische Vorgehen erfolgt, um die Strukturierung der fachrelevanten Prozesse einerseits sowie der Gegenstände andererseits transparent zu machen. In Kompetenzerwartungen werden beide Seiten miteinander verknüpft. Damit wird der Tatsache Rechnung getragen, dass der gleichzeitige Einsatz von Können und Wissen bei der Bewältigung von Anforderungssituationen eine zentrale Rolle spielt.



Kompetenzbereiche repräsentieren die Grunddimensionen des fachlichen Handelns. Sie dienen dazu, die einzelnen Teiloperationen entlang der fachlichen Prozesse zu strukturieren und den Zugriff für die am Lehr-Lernprozess Beteiligten zu verdeutlichen.

Inhaltsfelder systematisieren mit ihren jeweiligen inhaltlichen Schwerpunkten die im Unterricht verbindlichen und unverzichtbaren Gegenstände und liefern Hinweise für die inhaltliche Ausrichtung des Lehrens und Lernens.

Kompetenzerwartungen führen Prozesse und Gegenstände zusammen und beschreiben die fachlichen Anforderungen und intendierten Lernergebnisse.

Kompetenzerwartungen

- beziehen sich auf beobachtbare Handlungen und sind auf die Bewältigung von Anforderungssituationen ausgerichtet,
- stellen im Sinne von Regelstandards die erwarteten Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten auf einem mittleren Abstraktionsgrad dar,
- beschreiben Ergebnisse eines kumulativen, systematisch vernetzten Lernens,
- können in Aufgabenstellungen umgesetzt und überprüft werden.

Insgesamt ist der Unterricht in der Sekundarstufe I nicht allein auf das Erreichen der aufgeführten Kompetenzerwartungen beschränkt, sondern soll es Schülerinnen und Schülern ermöglichen, diese weiter auszubauen und darüber hinausgehendes Wissen und Können zu erwerben.

Anforderungen am Ende der Sekundarstufe I

Für das Ende der Sekundarstufe I werden im Folgenden die Kompetenzen ausgewiesen, die alle Schülerinnen und Schüler erworben haben, die mit Erfolg am Mathematikunterricht teilgenommen haben. Die Schülerinnen und Schüler sollen in der Lage sein, diese Kompetenzen für ihre persönliche Lebensgestaltung, für ihren weiteren Bildungsweg und für ihr berufliches Leben zu nutzen. Diese für den Mathematikunterricht in Nordrhein-Westfalen verbindlichen Kompetenzen werden in enger Anlehnung an die Bildungsstandards der KMK auf der Anforderungsebene des mittleren Schulabschlusses (Fachoberschulreife) beschrieben. Hierdurch soll die Vergleichbarkeit der fachlichen Anforderungen für diesen Abschluss in allen Schulformen der Sekundarstufe I gesichert werden. Zum Erwerb der Berechtigung zum Besuch der gymnasialen Oberstufe ist Folgendes festzustellen: Der Mathematikunterricht an Gesamtschulen/Sekundarschulen ermöglicht Schülerinnen und Schülern im oberen Leistungsbereich die Fortsetzung des Bildungsganges in der Sekundarstufe II auch bis zum Abitur. Die für den mittleren Schulabschluss (Fachoberschulreife) geforderten Kompetenzen sind in unterschiedlichem Umfang und auf unterschiedlichem Niveau erreichbar. Von Schülerinnen und Schülern, die die Berechtigung zum Besuch der gymnasialen Oberstufe erwerben, wird erwartet, dass sie die Kompetenzen auf einem höheren Niveau erreichen. Es gibt allerdings für diese Berechtigung keine curriculare, inhaltliche Definition. Diese Berechtigung wird vielmehr aufgrund des Notenbildes in der Versetzungskonferenz vergeben. Entsprechende fachliche Kompetenzen werden daher auch nicht gesondert ausgewiesen.

Das bedeutet, dass unabhängig von der Anforderungsebene im Fach Mathematik, prinzipiell allen Schülerinnen und Schülern an der Gesamtschule/Sekundarschule die Möglichkeit zuteilwird, die Berechtigung zum Besuch der gymnasialen Oberstufe zu erwerben. Entsprechend gilt dies auch für die weiteren möglichen Abschlüsse,

die an der Gesamtschule/Sekundarschule erworben werden können. Dies sind konkret der mittlere Schulabschluss (Fachoberschulreife), der Hauptschulabschluss und der Hauptschulabschluss nach Klasse 10.

Die Schülerinnen und Schüler, die an der Gesamtschule/Sekundarschule in der Klasse 10 den Grundkurs besucht haben, verfügen über die in den Kapiteln 2.2 bis 2.5 nicht fett gesetzten Kompetenzen. Die **fett** gesetzten Textpassagen beschreiben die Kompetenzen, die im Erweiterungskurs zusätzlich erreicht werden müssen.

Diejenigen Schülerinnen und Schüler, die mit Vollendung der Vollzeitschulpflicht nach der Klasse 9 den Hauptschulabschluss erwerben und nicht die Klasse 10 besuchen, können aufgrund dessen nur Teile der in den Kapiteln 2.2 bis 2.5 detailliert beschriebenen Kompetenzen erreichen.

ENTWURF

2.1 Kompetenzbereiche und Inhaltsfelder des Faches

Die Entwicklung der für das Fach Mathematik angestrebten grundlegenden, erweiterten oder vertieften mathematischen Grundbildung erfolgt durch die Vermittlung grundlegender fachlicher Prozesse, die den untereinander vernetzten Kompetenzbereichen zugeordnet werden können.

Kompetenzbereiche

Operieren

Mathematisches Operieren beinhaltet den Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik, ihre Darstellung sowie den Wechsel zwischen mathematischen Darstellungsformen sowohl mit als auch ohne Hilfsmittel in allen Jahrgangsstufen. Mathematisches Operieren äußert sich in einem flexibel verfügbaren Handlungsvermögen, welches situativ eingesetzt und begründet werden kann. Es ist ein grundlegender Bestandteil aller mathematischen Prozesse.

Hilfsmittelfreies Operieren umfasst Fertigkeiten, Routineaufgaben und algorithmische Verfahren im Kalkülbereich und beruht auf dem verständigen Umgang mit mathematischen Objekten. Dies ermöglicht das Erkennen mathematischer Strukturen in neuartigen Situationen und das Anwenden und das Weiterentwickeln mathematischer Begriffe.

Das *Arbeiten mit Medien und Werkzeugen* macht auch komplexere Sachverhalte einer mathematischen Bearbeitung zugänglich und ermöglicht, mathematische Zusammenhänge zu visualisieren und zu dynamisieren. Dies erleichtert, begründete Vermutungen zu allgemeingültigen Aussagen aufzustellen und diese weiter zu bearbeiten. Ein verständiger Umgang mit Medien und Werkzeugen setzt sicheres hilfsmittelfreies Operieren voraus.

Modellieren

Um reale Situationen mathematisch zu erfassen und damit Fragestellungen zu beantworten, wird der Prozess des mathematischen Modellierens in mehreren Teilschritten durchlaufen.

Dieser Prozess beinhaltet die *Strukturierung* der Situation im Hinblick auf eine Fragestellung. Darauf baut die *Mathematisierung* durch mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen auf; innerhalb des mathematischen Modells wird eine Lösung entwickelt. Zur *Interpretation* und Validierung muss die Lösung als Antwort auf die Fragestellung bezogen und das gewählte mathematische Modell überprüft werden.

Problemlösen

Die Bearbeitung außer- oder innermathematischer Kontexte führt zu mathematischen Fragestellungen, die nicht unmittelbar mithilfe bekannter Lösungswege und Verfahren bearbeitet werden können. Das Problemlösen ist der Prozess der Bearbeitung solcher Problemsituationen.

Dieser Prozess beinhaltet das *Erkunden* der Situation, darauf aufbauend das planvolle *Lösen* und das *Reflektieren* der gefundenen Lösungsansätze.

Argumentieren

Bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Begriffen und Gesetzmäßigkeiten werden Argumentationsketten nachvollzogen und weitere Zusammenhänge vermutet oder entdeckt. Diese zu prüfen und ggf. zu verallgemeinern ist wesentlicher Bestandteil des mathematischen Argumentierens.

Das mathematische Argumentieren umfasst das Aufstellen von *Vermutungen*, das *Begründen* der erkannten mathematischen Zusammenhänge durch Rückgriff auf Bekanntes und durch die Regeln des mathematischen Schlussfolgerns und Beweisens sowie das *Beurteilen* von Argumentationen.

Kommunizieren

Mathematisches Kommunizieren beinhaltet die adressaten- und sachgerechte Versprachlichung mathematischer Sachverhalte, Problemstellungen und Lösungsideen. Die Verwendung von Fachsprache ermöglicht, mathematische Aussagen präzise und eindeutig zu formulieren und zu präsentieren. Für die Mathematik sind neben der verbalen Darstellung insbesondere die ikonische und die symbolische Darstellung von zentraler Bedeutung.

Mathematisches Kommunizieren umfasst die *Rezeption*, die *Produktion* und die *Diskussion* fachlicher Bearbeitungen.

Inhaltsfelder

Kompetenzen sind immer an fachliche Inhalte gebunden. Die grundlegende, erweiterte oder vertiefte mathematische Bildung soll deshalb mit Blick auf die nachfolgenden Inhaltsfelder bis zum Ende der Sekundarstufe I entwickelt werden.

Arithmetik/Algebra

Die Erweiterung der Zahlbereiche von den natürlichen Zahlen bis hin zu den reellen Zahlen und die Verallgemeinerung des konkreten Umgangs mit Zahlen durch Variablen, Terme, Gleichungen und Gleichungssysteme sind Gegenstände der Arithmetik und Algebra.

In der Bruchrechnung werden vertraute Grundvorstellungen erweitert und Zahlen mit Anteilen identifiziert. Die Grundrechenarten werden auf neue Zahlbereiche übertragen, verallgemeinert und durch Potenzieren und Radizieren erweitert. Damit erweitert sich das Spektrum der zu lösenden Gleichungen. Verschiedene Lösungsverfahren werden genutzt und hinsichtlich ihrer Effizienz verglichen.

Funktionen

Zuordnungen und Funktionen erlauben es, die Abhängigkeit zweier Größen zu beschreiben und in quantitativen Zusammenhängen anzuwenden. Verschiedene Darstellungsformen werden genutzt und situationsangemessen ineinander transformiert.

Ausgehend von einfachen Zuordnungen wird der Funktionsbegriff erarbeitet. Funktionen werden selbst zu Objekten mathematischer Untersuchungen und werden als Modell für vielfältige Anwendungssituationen genutzt; ihre Parameter und Eigenschaften sind dabei einer Interpretation zugänglich. Mithilfe von Funktionen kann somit ein Teil der Wirklichkeit quantitativ beschrieben werden.

Geometrie

Geometrische Objekte in Ebene und Raum können beschrieben, klassifiziert, vermessen und konstruiert werden. Diese Objekte werden in verschiedenen Formen dargestellt und durch Abbildungen transformiert.

Die Geometrie ist besonders geeignet, um allgemeingültige Entdeckungen zu machen, ein Denkgebäude aus Begriffen und Sätzen aufzubauen und erste Beweise zu führen. Zunehmend werden Formeln und Sätze als analytische Mittel zur Bearbeitung geometrischer Sachverhalte in inner- und außermathematischen Zusammenhängen eingesetzt.

Stochastik

In vielen gesellschaftlich relevanten Bereichen spielen stochastische Begriffe, Daten und Wahrscheinlichkeitsaussagen eine zentrale Rolle. In der Stochastik werden Daten mathematisch aufbereitet und dargestellt sowie durch die Bestimmung von relevanten Kenngrößen untersucht.

Auf der Basis eines tragfähigen Wahrscheinlichkeitsbegriffs können Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen gedeutet werden. Ausgehend von relativen Häufigkeiten werden mithilfe stochastischer Sätze statistische Aussagen in authentischen Texten beurteilt.

Vernetzung der Inhaltsfelder

Die Inhaltsfelder *Arithmetik/Algebra*, *Funktionen*, *Geometrie* und *Stochastik* sind nicht isoliert nebeneinander zu betrachten, vielmehr werden sie konzeptionell vernetzt. Wo möglich sollten fächerverbindende Aspekte Berücksichtigung finden. Im Mathematikunterricht stehen realitätsbezogene Anwendungen gleichgewichtig und gleichwertig neben innermathematischen Fragestellungen. Schülerinnen und Schüler sollen zum Ende der Sekundarstufe I Fachkompetenzen erworben haben, die es ihnen ermöglichen, sowohl die Gemeinsamkeiten als auch die Besonderheiten der Inhaltsfelder zu identifizieren und die ihnen zugrunde gelegten Konzepte flexibel zu nutzen.

Verknüpfung von Kompetenzbereichen und Inhaltsfeldern

In der Sekundarstufe I werden fachliche Prozesse grundgelegt, gefestigt und bewusst gemacht. Durch die Verbindung mit Inhaltsfeldern in zunehmend komplexen und kognitiv anspruchsvollen Lernsituationen werden prozessbezogene Kompetenzen vertieft, ausdifferenziert und miteinander vernetzt.

Im Sinne erwarteter mathematischer Kompetenzen ist prinzipiell jede Verknüpfung von fachlichen Prozessen und fachlichen Gegenständen denkbar und relevant. Der Unterricht muss jedoch nicht jede einzelne Verknüpfung explizit in den Blick nehmen.

2.2 Prozessbezogene Kompetenzerwartungen bis zum Ende der Sekundarstufe I

In den fünf Kompetenzbereichen werden die für das Fach charakteristischen Prozesse Operieren, Modellieren, Problemlösen, Argumentieren und Kommunizieren mit verbindlichen Kompetenzerwartungen dargestellt.

Am Ende der Sekundarstufe I sollen die Schülerinnen und Schüler – aufbauend auf der Kompetenzentwicklung in der Primarstufe – über die im Folgenden genannten prozessbezogenen Kompetenzen bezüglich der obligatorischen Inhalte verfügen. Dabei werden in diesem Kapitel zu allen Kompetenzbereichen (Prozessen) zunächst übergeordnete prozessbezogene Kompetenzerwartungen aufgeführt und in den Kapiteln 2.3/2.4 und 2.5 inhaltsfeldbezogen konkretisierte Kompetenzerwartungen formuliert.

Operieren

Hilfsmittelfreies Operieren

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- (2) stellen sich geometrische Situationen räumlich vor und wechseln zwischen Perspektiven,
- (3) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- (4) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- (5) arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen,
- (6) führen Darstellungswechsel sicher aus,
- (7) führen Lösungs- und Kontrollverfahren sicher und effizient durch,
- (8) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln.

Arbeiten mit Medien und Werkzeugen

Die Schülerinnen und Schüler

- (9) nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren,
- (10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlung),

- (11) nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, **Computer-Algebra-Systeme**, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation),
- (12) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,
- (13) nutzen analoge und digitale Medien zur Unterstützung, zur Gestaltung mathematischer Prozesse und zur Präsentation.

Modellieren

Strukturieren

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) erfassen reale Situationen und beschreiben diese mit Worten und Skizzen,
- (2) stellen eigene Fragen zu realen Situationen, die mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten beantwortet werden können,
- (3) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor.

Mathematisieren

Die Schülerinnen und Schüler

- (4) übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen,
- (5) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- (6) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells.

Interpretieren und Validieren

Die Schülerinnen und Schüler

- (7) beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- (8) überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen,
- (9) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und **verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung.**

Problemlösen

Erkunden

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) geben Problemsituationen in eigenen Worten wieder und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation,
- (2) wählen geeignete heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- (3) setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf.

Lösen

Die Schülerinnen und Schüler

- (4) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren, Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- (5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Beispiele finden, Spezialfälle finden, Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Schlussfolgern, Verallgemeinern),
- (6) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus.

Reflektieren

Die Schülerinnen und Schüler

- (7) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen,
- (8) vergleichen verschiedene Lösungswege im Hinblick auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede und beurteilen deren Effizienz,
- (9) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
- (10) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen.

Argumentieren

Vermuten

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- (2) benennen Beispiele für vermutete Zusammenhänge,
- (3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur.

Begründen

Die Schülerinnen und Schüler

- (4) stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff),
- (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente,
- (6) verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten,
- (7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),
- (8) erläutern vorgegebene Argumentationen und Beweise hinsichtlich ihrer logischen Struktur.

Beurteilen

Die Schülerinnen und Schüler

- (9) beurteilen, ob vorliegende Argumentationen und Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind,
- (10) ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten.

Kommunizieren

Rezipieren

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) entnehmen und strukturieren Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen,
- (2) recherchieren und bewerten fachbezogene Informationen,
- (3) erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen.

Produzieren

Die Schülerinnen und Schüler

- (4) geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder,
- (5) verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege,
- (6) verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache,
- (7) wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen,
- (8) dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese.

Diskutieren

Die Schülerinnen und Schüler

- (9) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,
- (10) vergleichen und beurteilen Ausarbeitungen und Präsentationen hinsichtlich ihrer fachlichen Richtigkeit, Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität,
- (11) führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei.

ENTWURF

2.3 Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 5/6

Am Ende der Doppeljahrgangsstufe 5/6 sollen die Schülerinnen und Schüler – aufbauend auf der Kompetenzentwicklung in der Primarstufe – über die im Folgenden genannten Kompetenzen bezüglich der obligatorischen Inhalte verfügen.

Die Kompetenzen sollen im Rahmen der Erarbeitung der nachfolgenden, für die Jahrgangsstufen bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 5/6 obligatorischen Inhaltsfelder entwickelt werden:

- Arithmetik/Algebra
- Funktionen
- Geometrie
- Stochastik

Verknüpft man die mathematischen Prozesse und deren übergeordnete prozessbezogene Kompetenzerwartungen (Abschnitt 2.2) mit den aufgeführten obligatorischen Inhaltsfeldern, so ergeben sich die nachfolgenden konkretisierten Kompetenzerwartungen.

Arithmetik/Algebra

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Grundrechenarten: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division natürlicher Zahlen sowie endlicher Dezimalzahlen, Addition und Subtraktion einfacher Brüche, schriftliche Division
- Gesetze und Regeln: Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz für Addition und Multiplikation natürlicher Zahlen, Teilbarkeitsregeln
- Begriffsbildung: Anteile, Bruchteile von Größen, Kürzen, Erweitern, Rechenterm
- Zahlbereichserweiterung: positive rationale Zahlen, Darstellung ganzer Zahlen
- Darstellung: Stellenwerttafel, Zahlenstrahl, Wortform, Bruch, endliche und periodische Dezimalzahl, Prozentzahl
- Größen und Einheiten: Länge, Flächeninhalt, Volumen, Zeit, Geld, Masse

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) führen Grundrechenarten in unterschiedlichen Darstellungen sowohl im Kopf als auch schriftlich durch und stellen Rechenschritte nachvollziehbar dar,
- (2) runden Zahlen im Kontext sinnvoll und wenden Überschlag und Probe als Kontrollstrategien an,
- (3) begründen mithilfe von Rechengesetzen Strategien zum vorteilhaften Rechnen und nutzen diese,

- (4) verbalisieren Rechterme unter Verwendung von Fachbegriffen und übersetzen Rechenanweisungen und Sachsituationen in Rechterme,
- (5) nutzen Variablen bei der Beschreibung von einfachen Sachzusammenhängen und bei der Formulierung von Rechengesetzen,
- (6) setzen Zahlen in Terme mit Variablen ein und berechnen deren Wert,
- (7) kehren Rechenanweisungen um,
- (8) bestimmen Teiler natürlicher Zahlen, wenden dabei die Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 5 und 10 an und kombinieren diese zu weiteren Teilbarkeitsregeln,
- (9) erläutern Eigenschaften von Primzahlen,
- (10) deuten Brüche als Anteile, Operatoren, Quotienten, Zahlen und Verhältnisse,
- (11) berechnen und deuten Bruchteil, Anteil und Ganzes im Kontext,
- (12) kürzen und erweitern Brüche und deuten dies als Vergrößern bzw. Verfeinern der Einteilung,
- (13) führen Grundrechenarten der Addition und der Subtraktion mit einfachen Brüchen durch und stellen Rechenschritte nachvollziehbar dar,
- (14) nutzen ganze Zahlen zur Beschreibung von Zuständen und Veränderungen in Sachzusammenhängen,
- (15) stellen Zahlen auf unterschiedliche Weisen dar, vergleichen sie und wechseln situationsangemessen zwischen den verschiedenen Darstellungen auch mithilfe digitaler Medien,
- (16) schätzen Größen, wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus und wandeln sie um.

Funktionen

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Zusammenhang zwischen Größen: Diagramm, Tabelle, Wortform, Maßstab

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) beschreiben den Zusammenhang zwischen zwei Größen mithilfe von Worten, Diagrammen und Tabellen,
- (2) erkennen Zusammenhänge in konkreten Situationen und Sachproblemen und lösen durch Rechnen,
- (3) erkunden Muster in Zahlenfolgen und beschreiben die Gesetzmäßigkeiten in Worten und mit Termen,
- (4) erfassen gängige Maßstabsverhältnisse und fertigen Zeichnungen in geeigneten Maßstäben an.

Geometrie

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Ebene Figuren: Kreis, besondere Dreiecke, besondere Vierecke, Winkel, Strecke, Gerade, kartesisches Koordinatensystem, Zeichnung, Umfang und Flächeninhalt (Rechteck, rechtwinkliges Dreieck), Zerlegungs- und Ergänzungsstrategien
- Körper: Quader, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel, Schrägbilder und Netze (Quader und Würfel), Oberflächeninhalt und Volumen (Quader und Würfel)
- Lagebeziehung und Symmetrie: Parallelität, Orthogonalität, Punkt- und Achsensymmetrie
- Abbildungen: Verschiebungen, Drehungen, Punkt- und Achsenspiegelungen

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) erläutern Grundbegriffe und verwenden diese zur Beschreibung von ebenen Figuren und Körpern sowie deren Lagebeziehungen zueinander,
- (2) charakterisieren und klassifizieren besondere Dreiecke und Vierecke,
- (3) identifizieren und charakterisieren Körper in bildlichen Darstellungen und in der Umwelt,
- (4) zeichnen ebene Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal und Geodreieck sowie dynamischer Geometriesoftware,
- (5) erzeugen ebene symmetrische Figuren und Muster und ermitteln Symmetrieachsen bzw. Symmetriepunkte,
- (6) stellen ebene Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar,
- (7) erzeugen Abbildungen ebener Figuren durch Verschieben und Spiegeln, auch im Koordinatensystem,
- (8) nutzen dynamische Geometriesoftware zur Analyse von Verkettungen von Abbildungen ebener Figuren,
- (9) schätzen und messen die Größe von Winkeln und klassifizieren Winkel mit Fachbegriffen,
- (10) schätzen die Länge von Strecken und bestimmen sie mithilfe von Maßstäben,
- (11) nutzen das Grundprinzip des Messens bei der Flächen- und Volumenbestimmung,
- (12) berechnen den Umfang von Drei- und Vierecken, den Flächeninhalt von Rechtecken und rechtwinkligen Dreiecken sowie den Oberflächeninhalt und das Volumen von Quadern,
- (13) bestimmen den Flächeninhalt ebener Figuren durch Zerlegungs- und Ergänzungsstrategien,
- (14) beschreiben das Ergebnis von Drehungen und Verschiebungen eines Quaders aus der Vorstellung heraus,
- (15) stellen Quader und Würfel als Netz, Schrägbild und Modell dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen.

Stochastik

Inhaltliche Schwerpunkte:

- statistische Daten: Datenerhebung, Ur- und Strichlisten, Klasseneinteilung, Säulen- und Kreisdiagramm
- Begriffsbildung: relative und absolute Häufigkeit
- Kenngrößen: arithmetisches Mittel, Median, Minimum und Maximum, Spannweite

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) erheben Daten, fassen sie in Ur- und Strichlisten zusammen und bilden geeignete Klasseneinteilungen,
- (2) stellen Häufigkeiten in Tabellen und Diagrammen dar, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge (Tabellenkalkulation),
- (3) bestimmen, vergleichen und deuten Häufigkeiten und Kenngrößen statistischer Daten,
- (4) lesen und interpretieren graphische Darstellungen statistischer Erhebungen,
- (5) diskutieren Vor- und Nachteile graphischer Darstellungen.

2.4 Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 7/8

Am Ende der Doppeljahrgangsstufe 7/8 sollen die Schülerinnen und Schüler über die im Folgenden genannten Kompetenzen bezüglich der obligatorischen Inhalte verfügen.

Die Kompetenzen sollen im Rahmen der Erarbeitung der nachfolgenden, für die Jahrgangsstufen bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 7/8 obligatorischen Inhaltsfelder entwickelt werden:

- Arithmetik/Algebra
- Funktionen
- Geometrie
- Stochastik

Verknüpft man die mathematischen Prozesse und deren übergeordnete prozessbezogene Kompetenzerwartungen (Abschnitt 2.2) mit den aufgeführten obligatorischen Inhaltsfeldern, so ergeben sich die nachfolgenden konkretisierten Kompetenzerwartungen.

Arithmetik/Algebra

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Grundrechenarten: Multiplikation und Division von Brüchen
- Zahlbereichserweiterung: rationale Zahlen
- Term und Variable: Variable als Veränderliche, als Platzhalter sowie als Unbekannte, Termumformungen
- Gesetze und Regeln: Vorzeichenregeln, Rechengesetze für rationale Zahlen, **binomische Formeln**
- Lösungsverfahren: algebraische Lösungsverfahren linearer Gleichungen

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) führen die Grundrechenarten der Multiplikation und der Division mit Brüchen durch und stellen Rechenschritte nachvollziehbar dar,
- (2) stellen rationale Zahlen auf der Zahlengeraden dar und ordnen sie der Größe nach,
- (3) geben Gründe und Beispiele für Zahlbereichserweiterungen an,
- (4) leiten Vorzeichenregeln zur Addition und Multiplikation anhand von Beispielen ab und nutzen Rechengesetze und Regeln,

- (5) deuten Variablen als Veränderliche zur Beschreibung von Zuordnungen, als Platzhalter in Termen und Rechengesetzen sowie als Unbekannte in Gleichungen,
- (6) stellen Terme als Rechenvorschrift von Zuordnungen und zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina auf,
- (7) stellen Gleichungen zur Formulierung von Bedingungen in Sachsituationen auf,
- (8) formen Terme (**auch mithilfe der binomischen Formeln**) zielgerichtet um und korrigieren fehlerhafte Termumformungen,
- (9) **ermitteln Exponenten im Rahmen der Zinsrechnung durch systematisches Probieren auch unter Verwendung von Tabellenkalkulationen,**
- (10) ermitteln Lösungsmengen linearer Gleichungen sowohl durch systematisches Probieren als auch algebraisch und deuten sie im Sachkontext.

Funktionen

Inhaltliche Schwerpunkte:

- proportionale und antiproportionale Zuordnung: Zuordnungsvorschrift, Graph, Tabelle, Wortform, **Quotientengleichheit**, **Proportionalitätsfaktor**, **Produktgleichheit**, Dreisatz
- lineare Zuordnungen: Zuordnungsterm, Graph, Tabelle, Wortform
- Prozent- und Zinsrechnung: Grundwert, Prozentwert, Prozentsatz, prozentuale Veränderung, **Wachstumsfaktor**

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) charakterisieren Zuordnungen und grenzen diese anhand ihrer Eigenschaften voneinander ab,
- (2) beschreiben zu gegebenen Zuordnungen passende Sachsituationen,
- (3) klassifizieren eindeutige Zuordnungen als Funktionen,
- (4) stellen Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und **als Terme** dar, nutzen die Darstellungen situationsangemessen und wechseln zwischen den Darstellungsformen auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- (5) interpretieren Graphen von Zuordnungen **und Terme linearer Zuordnungen**,
- (6) wenden die Eigenschaften von proportionalen, antiproportionalen und **linearen** Zuordnungen sowie Dreisatzverfahren zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an,
- (7) lösen innermathematische und alltagsnahe Probleme mithilfe von Zuordnungen auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Taschenrechner, Tabellenkalkulation und Multirepräsentationssysteme),
- (8) unterscheiden in Sachkontexten und Problemstellungen Grundwert, Prozentsatz und -wert und berechnen fehlende Größen,

- (9) wenden Prozent- und Zinsrechnung auf allgemeine Konsumsituationen an und erstellen dazu anwendungsbezogene Tabellenkalkulationen mit relativen und absoluten Zellbezügen,
- (10) beschreiben prozentuale Veränderungen **mit Wachstumsfaktoren und kombinieren prozentuale Veränderungen.**

Geometrie

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Umfang und Flächeninhalt: Dreieck, Viereck, zusammengesetzte Figuren, Höhe und Grundseite
- Körper: Oberflächeninhalt und Volumen einfacher Prismen
- geometrische Sätze: Neben-, Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkelsatz, Innenwinkelsatz (Dreieck, Viereck), **Kongruenzsätze, Satz des Thales**
- Konstruktion: Dreieck, Mittelsenkrechte, Seitenhalbierende, Winkelhalbierende, **Thaleskreis**

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) nutzen geometrische Sätze zur Winkelbestimmung in ebenen Figuren,
- (2) berechnen Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren und entwickeln Terme zu ihrer Berechnung,
- (3) benennen und charakterisieren einfache Prismen und bestimmen Oberflächeninhalt und Volumen,
- (4) **begründen die Beweisführung zur Summe der Innenwinkel in einem Dreieck und zum Satz des Thales,**
- (5) führen Konstruktionen mit Zirkel und Lineal sowie mithilfe dynamischer Geometriesoftware durch und nutzen Konstruktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (6) **formulieren und begründen Aussagen zur Lösbarkeit und Eindeutigkeit von Konstruktionsaufgaben,**
- (7) zeichnen Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen und geben die Abfolge der Konstruktionsschritte mit Fachbegriffen an,
- (8) erkunden geometrische Zusammenhänge (**Ortslinien von Schnittpunkten, Abhängigkeit des Flächeninhalts von Seitenlängen**) mithilfe dynamischer Geometriesoftware,
- (9) lösen geometrische Probleme mithilfe von geometrischen Sätzen.

Stochastik

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente: einstufige Zufallsversuche
- stochastische Regeln: empirisches Gesetz der großen Zahlen, Laplace-Wahrscheinlichkeit
- Begriffsbildung: Ereignis, Gegenereignis, Ergebnis, Wahrscheinlichkeit
- **statistische Daten und Kenngrößen: Quartile und Boxplots**

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) schätzen Wahrscheinlichkeiten auf der Basis von Hypothesen sowie auf der Basis relativer Häufigkeiten langer Versuchsreihen ab,
- (2) bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten mithilfe der Laplace-Regel,
- (3) grenzen Laplace-Versuche anhand von Beispielen gegenüber anderen Zufallsversuchen ab,
- (4) simulieren Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen mit einem stochastischen Modell auch mithilfe digitaler Medien,
- (5) **interpretieren Spannweite und Quartile in statistischen Darstellungen und stellen unter Verwendung dieser Kenngrößen Häufigkeitsverteilungen als Boxplots dar.**

2.5 Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 9/10

Am Ende der Doppeljahrgangsstufe 9/10 sollen die Schülerinnen und Schüler über die im Folgenden genannten Kompetenzen bezüglich der obligatorischen Inhalte verfügen.

Die Kompetenzen sollen im Rahmen der Erarbeitung der nachfolgenden, für die Jahrgangsstufen bis zum Ende der Doppeljahrgangsstufe 9/10 obligatorischen Inhaltsfelder entwickelt werden:

- Arithmetik/Algebra
- Funktionen
- Geometrie
- Stochastik

Verknüpft man die mathematischen Prozesse und deren übergeordnete prozessbezogene Kompetenzerwartungen (Abschnitt 2.2) mit den aufgeführten obligatorischen Inhaltsfeldern, so ergeben sich die nachfolgenden konkretisierten Kompetenzerwartungen.

Arithmetik/Algebra

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Zahlbereichserweiterung: reelle Zahlen
- Begriffsbildung: Potenzen, Wurzeln
- Gesetze und Regeln: Potenzieren und Radizieren, **Potenzgesetze, Wurzelgesetze**
- Lösungsverfahren und Algorithmen:
Für G-Kurs: Lösen rein quadratischer Gleichungen
algorithmisches Näherungsverfahren, Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen (quadratische Ergänzung, p-q-Formel), algebraische und graphische Lösungsverfahren linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen, Lösen von Exponentialgleichungen der Form $b^x = c$ durch systematisches Probieren

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) stellen Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise dar,
- (2) **unterscheiden rationale und irrationale Zahlen und geben Beispiele für irrationale Zahlen an,**
- (3) **vereinfachen Terme, bei denen die Potenzgesetze unmittelbar anzuwenden sind,**
- (4) wechseln zwischen Bruchdarstellung und Potenzschreibweise,

- (5) **wechseln zwischen Wurzel- und Potenzschreibweise,**
- (6) **nutzen und beschreiben ein algorithmisches Verfahren, um Quadratwurzeln näherungsweise zu bestimmen,**
- (7) berechnen und überschlagen Quadratwurzeln einfacher Zahlen im Kopf,
- (8) **berechnen Quadratwurzeln mithilfe der Wurzelgesetze auch ohne digitale Mathematikwerkzeuge,**
- (9) **ermitteln algebraisch und graphisch Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen unter Verwendung geeigneter Verfahren, deuten sie im Sachkontext und nutzen die Probe als Rechenkontrolle,**
- (10) **wählen algebraische Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme zielgerichtet aus und vergleichen die Effizienz unterschiedlicher Lösungswege,**
- (11) **wählen Verfahren zum Lösen quadratischer Gleichungen begründet aus, vergleichen deren Effizienz und bestimmen die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung auch ohne Hilfsmittel,**
für G-Kurs: lösen rein quadratische Gleichungen,
- (12) wenden das Radizieren als Umkehrung des Potenzierens an,
- (13) **lösen Exponentialgleichungen der Form $b^x = c$ näherungsweise durch Probieren sowie mit digitalen Mathematikwerkzeugen,**
- (14) wenden ihre Kenntnisse über quadratische Gleichungen **und Exponentialgleichungen** zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme an und deuten Ergebnisse in Kontexten.

Funktionen

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionsbegriff
- lineare Funktionen: Funktionsterm, Graph, Tabelle, Wortform, Achsenabschnitte, Steigung, Steigungsdreieck
- quadratische Funktionen: Term (Normalform, **Scheitelpunktform**), Graph, Tabelle, Scheitelpunkt, Symmetrie, Öffnung, Nullstellen und y-Achsenabschnitt, Transformation der Normalparabel (G-Kurs: keine Verschiebung entlang der x-Achse)
Für G-Kurs: exponentielle Wachstumsprozesse
exponentielle Funktionen: $f(x) = a \cdot q^x$, $a > 0$, $q > 0$, Term, Graph, Tabelle, Wortform, Wachstum (Anfangswert, Wachstumsfaktor und -rate, Verdopplungs- bzw. Halbwertszeit, langfristige Entwicklung)
- **Sinusfunktionen: $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$, Term, Graph, Grad- und Bogenmaß**

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) charakterisieren Funktionen als Klasse eindeutiger Zuordnungen,
- (2) stellen Funktionen (lineare, quadratische, **exponentielle und Sinusfunktionen**) mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar,
- (3) grenzen lineares, quadratisches **und exponentielles** Wachstum an Beispielen voneinander ab,
für G-Kurs: ermitteln exponentielles Wachstum an praktischen Beispielen,
- (4) verwenden aus Graph, Wertetabelle und Term ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Bearbeiten mathematischer Fragestellungen,
- (5) bestimmen anhand des Graphen einer Funktion die Parameter eines Funktionsterms dieser Funktion,
- (6) erklären den Einfluss der Parameter eines Funktionsterms auf den Graphen der Funktion (Ausnahme bei quadratischen Funktionen in der Normalform: nur Streckfaktor und y-Achsenabschnitt),
- (7) erkunden und systematisieren mithilfe dynamischer Geometriesoftware den Einfluss der Parameter von Funktionen,
- (8) deuten Parameter und Eigenschaften einer Funktion in Anwendungssituationen,
- (9) **formen Funktionsterme quadratischer Funktionen um und nutzen verschiedene Formen der Termdarstellung situationsabhängig,**
- (10) berechnen Nullstellen quadratischer Funktionen durch geeignete Verfahren,
- (11) wählen begründet mathematische Modelle zur Beschreibung von Wachstumsprozessen aus, treffen Vorhersagen zur langfristigen Entwicklung und **überprüfen die Eignung des Modells,**
- (12) **identifizieren funktionale Zusammenhänge in Messreihen mit digitalen Medien,**
- (13) wenden lineare, quadratische und **exponentielle** Funktionen zur Lösung inner- und außermathematischer Problemstellungen an,
- (14) **erläutern die Sinus- und Kosinusfunktion als Verallgemeinerung der trigonometrischen Definitionen des Sinus und des Kosinus am Einheitskreis,**
- (15) **betrachten unter Anwendung digitaler Mathematikwerkzeuge periodische Vorgänge mithilfe von Sinusfunktionen.**

Geometrie

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Kreis: Umfang und Flächeninhalt (Kreis, **Kreisbogen, Kreissektor**)
- Körper: Kugel, Zylinder, Kegel und Pyramide, Oberflächeninhalt und Volumen
- G-Kurs: maßstäbliches Vergrößern und Verkleinern
- **Abbildung/Lagebeziehung: zentrische Streckungen, Ähnlichkeit**
- geometrische Sätze: Satz des Pythagoras
- **Trigonometrie: Sinus, Kosinus, Tangens**

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) **erzeugen ähnliche Figuren durch zentrische Streckungen und ermitteln aus gegebenen Abbildungen Streckzentrum und Streckfaktor**,
für G-Kurs: vergrößern und verkleinern einfache Figuren maßstabsgetreu,
- (2) berechnen Längen und Flächeninhalte an Kreisen und **Kreissectoren**,
- (3) schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von Körpern, Teilkörpern sowie zusammengesetzten Körpern,
- (4) **beweisen den Satz des Pythagoras**,
- (5) **beschreiben Beziehungen in rechtwinkligen Dreiecken mithilfe der Trigonometrie (Sinus/Kosinus/Tangens)**,
- (6) berechnen Größen mithilfe von **Ähnlichkeitsbeziehungen**, geometrischen Sätzen und **trigonometrischen Beziehungen**,
- (7) ermitteln Maßangaben in Sachsituationen und nutzen diese für geometrische Berechnungen.

Stochastik

Inhaltliche Schwerpunkte:

- statistische Daten: Erhebung, Diagramm, Manipulation
- **Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente: zweistufige Zufallsversuche, Baumdiagramme, Pfadregeln, bedingte Wahrscheinlichkeit, Vierfeldertafel**

Die Schülerinnen und Schüler

- (1) planen statistische Datenerhebungen und nutzen zur Erfassung und Auswertung digitale Mathematikwerkzeuge,
- (2) analysieren auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge graphische Darstellungen statistischer Erhebungen kritisch und erkennen Manipulationen,
- (3) **stellen zweistufige Zufallsversuche mit Baumdiagrammen dar und entnehmen Wahrscheinlichkeiten aus ihnen**,
- (4) **führen in konkreten Situationen kombinatorische Überlegungen durch, um die Anzahl der jeweiligen Möglichkeiten zu bestimmen**,
- (5) **berechnen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Pfadregeln und Vierfeldertafel und deuten diese im Sachzusammenhang**,
- (6) interpretieren und beurteilen Daten und statistische Aussagen in authentischen Texten.

3 Lernerfolgsüberprüfung und Leistungsbewertung

Die rechtlich verbindlichen Grundsätze der Leistungsbewertung sind im Schulgesetz (§ 48 SchulG) sowie in der Ausbildungs- und Prüfungsordnung für die Sekundarstufe I (§ 6 APO-SI) dargestellt. Demgemäß sind bei der Leistungsbewertung von Schülerinnen und Schülern im Fach Mathematik erbrachte Leistungen in den Beurteilungsbereichen „Schriftliche Arbeiten“ sowie „Sonstige Leistungen im Unterricht“ zu berücksichtigen. Die Leistungsbewertung insgesamt bezieht sich auf die im Zusammenhang mit dem Unterricht erworbenen Kompetenzen und setzt voraus, dass die Schülerinnen und Schüler hinreichend Gelegenheit hatten, die in Kapitel 2 ausgewiesenen Kompetenzen zu erwerben.

Erfolgreiches Lernen ist kumulativ. Dies erfordert, dass Unterricht und Lernerfolgsüberprüfungen darauf ausgerichtet sein müssen, Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zu geben, Kompetenzen wiederholt und in wechselnden Zusammenhängen unter Beweis zu stellen. Für Lehrerinnen und Lehrer sind die Ergebnisse der Lernerfolgsüberprüfungen Anlass, die Zielsetzungen und die Methoden ihres Unterrichts zu überprüfen und ggf. zu modifizieren. Für die Schülerinnen und Schüler sollen ein den Lernprozess begleitendes Feedback sowie Rückmeldungen zu den erreichten Lernständen eine Hilfe für die Selbsteinschätzung sowie eine Ermutigung für das weitere Lernen darstellen. Dies kann auch in Phasen des Unterrichts erfolgen, in denen keine Leistungsbeurteilung durchgeführt wird. Die Beurteilung von Leistungen soll ebenfalls grundsätzlich mit der Diagnose des erreichten Lernstandes und Hinweisen zum individuellen Lernfortschritt verknüpft sein.

Die Leistungsbewertung ist so anzulegen, dass sie den in den Fachkonferenzen gemäß Schulgesetz (§ 70 Abs. 4 SchulG) beschlossenen Grundsätzen entspricht, dass die Kriterien für die Notengebung den Schülerinnen und Schülern transparent sind und die Korrekturen sowie die Kommentierungen den Lernenden auch Erkenntnisse über die individuelle Lernentwicklung ermöglichen. Dazu gehören – neben der Etablierung eines angemessenen Umgangs mit eigenen Stärken, Entwicklungsnotwendigkeiten und Fehlern – insbesondere auch Hinweise zu individuell Erfolg versprechenden allgemeinen und fachmethodischen Lernstrategien.

Im Sinne der Orientierung an den zuvor formulierten Anforderungen sind grundsätzlich alle in Kapitel 2 des Lehrplans ausgewiesenen Kompetenzbereiche bei der Leistungsbewertung angemessen zu berücksichtigen. Überprüfungsformen schriftlicher, mündlicher und praktischer Art sollen deshalb darauf ausgerichtet sein, die Erreichung der dort aufgeführten Kompetenzerwartungen zu überprüfen. Ein isoliertes, lediglich auf Reproduktion angelegtes Abfragen einzelner Daten und Sachverhalte allein kann dabei den zuvor formulierten Ansprüchen an die Leistungsfeststellung nicht gerecht werden. Durch die zunehmende Komplexität der Lernerfolgsüberprüfungen im Verlauf der Sekundarstufe I werden die Schülerinnen und Schüler auf die Anforderungen der nachfolgenden schulischen und beruflichen Ausbildung vorbereitet.

Beurteilungsbereich „Schriftliche Arbeiten“

Schriftliche Arbeiten dienen der schriftlichen Überprüfung von Kompetenzen. Sie sind so anzulegen, dass die Schülerinnen und Schüler ihr Wissen sowie ihre Fähigkeiten und Fertigkeiten nachweisen können. Sie bedürfen angemessener Vorbereitung und verlangen klar verständliche Aufgabenstellungen. In ihrer Gesamtheit sollen die Aufgabenstellungen die Vielfalt der im Unterricht erworbenen Kompetenzen und Arbeitsweisen widerspiegeln. Überprüfungsformen, die für schriftliche Arbeiten eingesetzt werden, müssen bei verschiedenen Gelegenheiten hinreichend und rechtzeitig angewandt werden, sodass Schülerinnen und Schüler mit ihnen vertraut sind. Für den Einsatz in schriftlichen Arbeiten können Überprüfungsformen – ggf. auch in Kombination – in Betracht kommen, die im letzten Abschnitt dieses Kapitels aufgeführt sind. Zur Schaffung einer angemessenen Transparenz erfolgt die Bewertung der schriftlichen Arbeiten kriteriengeleitet. Einmal im Schuljahr kann gem. APO-SI eine schriftliche Arbeit durch eine andere, in der Regel schriftliche, in Ausnahmefällen auch gleichwertige nicht schriftliche Leistungsüberprüfung ersetzt werden.

Im Mathematikunterricht werden Problemstellungen bewusst mit bzw. bewusst ohne Hilfsmittel bearbeitet (vgl. Kapitel 2.2). In den schriftlichen Arbeiten soll dies berücksichtigt werden. In den Arbeiten ist auf eine formal und fachsprachlich korrekte Darstellung der Lösungswege zu achten.

Beurteilungsbereich „Sonstige Leistungen im Unterricht“

Der Beurteilungsbereich „Sonstige Leistungen im Unterricht“ erfasst die im Unterrichtsgeschehen durch mündliche, schriftliche und praktische Beiträge erkennbare Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler. Bei der Bewertung berücksichtigt werden die Qualität, die Quantität und die Kontinuität der Beiträge. Die Kompetenzentwicklung im Beurteilungsbereich „Sonstige Leistungen im Unterricht“ wird sowohl durch kontinuierliche Beobachtung während des Schuljahres (Prozess der Kompetenzentwicklung) als auch durch punktuelle Überprüfungen (Stand der Kompetenzentwicklung) festgestellt. Bei der Bewertung von Leistungen, die die Schülerinnen und Schüler im Rahmen von Partner- oder Gruppenarbeiten erbringen, kann der individuelle Beitrag zum Ergebnis der Partner- bzw. Gruppenarbeit einbezogen werden.

Im Fach Mathematik ist besonders darauf zu achten, dass fehlerhafte Unterrichtsbeiträge in Erarbeitungs- und Übungsphasen nicht zum Anlass punktueller Abwertung genommen, sondern produktiv für den individuellen und generellen Lernfortschritt genutzt werden.

Zum Beurteilungsbereich „Sonstige Leistungen im Unterricht“ – ggf. auch auf der Grundlage der außerschulischen Vor- und Nachbereitung von Unterricht – zählen u. a.:

- Beiträge zum Unterrichtsgespräch,
- sachgerechter und reflektierter Einsatz analoger und digitaler Werkzeuge,
- kooperative Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeit,
- im Unterricht eingeforderte Leistungsnachweise sowie
- kurze schriftliche Übungen.

Mögliche Überprüfungsformen

Die Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans ermöglichen eine Vielzahl von Überprüfungsformen. Im Verlauf der Sekundarstufe I soll ein möglichst breites Spektrum der im Folgenden aufgeführten Überprüfungsformen in schriftlichen, mündlichen oder praktischen Kontexten zum Einsatz gebracht werden. Darüber hinaus können weitere Überprüfungsformen nach Entscheidung der Lehrkraft eingesetzt werden.

Grundsätzlich sind alle in Kapitel 2 des Lehrplans ausgewiesenen Kompetenzbereiche „Operieren“, „Modellieren“, „Problemlösen“, „Argumentieren“ und „Kommunizieren“ in Verbindung mit den jeweiligen Inhaltsfeldern „Arithmetik/Algebra“, „Funktionen“, „Geometrie“ und „Stochastik“ bei der Leistungsbewertung angemessen zu berücksichtigen.

Im Folgenden werden mögliche Überprüfungsformen beschrieben, welche sowohl die prozessbezogenen Kompetenzerwartungen als auch die konkretisierten inhaltsbezogenen Kompetenzerwartungen angemessen berücksichtigen. Diese eignen sich zum Einsatz im Unterricht als Lernaufgaben sowie als Überprüfungsformen. Dabei sind auch Kombinationen verschiedener Formen möglich. Die nachfolgenden Aufzählungen sind nicht abschließend.

Aufgabe mit alltagsbezogenem Sachzusammenhang

- Ordnen, Strukturieren, Darstellen realer Zusammenhänge
- Modellierungen, Simulationen, Variation von Parametern
- Auswählen, Aufstellen und Begründen geeigneter mathematischer Modelle
- Möglichkeiten und Grenzen von Modellierungen, Vergleich funktionaler Ansätze
- Interpretationen, Argumentationen, Beurteilungen aus allen Inhaltsfeldern

Innermathematische Argumentationsaufgabe

- Begriffe, Regeln, Gesetze oder (algorithmische) Lösungsverfahren auswählen und anwenden
- Beweise erläutern oder ergänzen
- Fehler beschreiben und korrigieren
- Argumentation anhand von vorgegebenen Graphen und Graphiken
- Bewerten von Lösungswegen und -verfahren

Hilfsmittelfrei zu bearbeitende Aufgabe

- Kompetenzen aus dem Kompetenzbereich „Operieren“
- Veranschaulichung grundlegender Begriffe
- einfache Rechnungen, unmittelbare Anwendung von Regeln, Algorithmen, Lösungsverfahren einfacher Gleichungen ohne oder mit geringem Rechenaufwand

Problemlösende Aufgabe

- Entwickeln und Darstellen von Lösungsstrategien

Geschlossene Aufgabe

- erkennbarer oder vorgegebener Lösungsweg
- Umkehrung von gegebenen Lösungswegen
- Anwenden von Algorithmen
- Interpretation vorgegebener Ergebnisse

Offene Aufgabe

- Darstellung sinnvoller Lösungswege
- Fermi-Aufgabe

Explorative Aufgabe

- Regelmäßigkeiten und Zusammenhänge durch Simulationen, Variationen von Parametern und graphischen Darstellungen entdecken und begründen

Auswahlaufgabe

- Aufgaben mit mehreren vorgegebenen Lösungen, von denen mindestens eine richtig ist
- Auswahl begründen, Alternativen widerlegen

Vernetzende Aufgabe

- Inhaltsfeld übergreifende Aufgaben

Präsentationsaufgabe

- Präsentationen, Referate, adressatenbezogene Erläuterungen
- Kurzvortrag zu konkret umrissener Aufgabenstellung

Dokumentationsaufgabe

- Portfolio, Lerntagebücher
- Dokumentation von Recherchen

ENTWURF