Kurzdarstellung des Konzeptes interessen-dichter Situationen (IDS)

Zusammenfassung*: In diesem Beitrag wird die Theorie interessendichter Situation für die Schulpraxis aufbereitet vorgestellt und an einem Beispiel illustriert. Darauf aufbauend werden Lehrheuristiken zur Initiierung und Gestaltung von interessendichten Situationen im alltäglichen Mathematikunterricht vorgeschlagen.*

Einleitung

Interessendichte Situationen sind Situationen des Mathematikunterrichts, in denen Lernende selbstbestimmt und kollektiv interessiert zu vertieften Erkenntnisprozessen in Mathematik gelangen. Eine umfassende Beschreibung der Entwicklung dieses Konzepts findet man in Bikner-Ahsbahs (2005) und etwas knapper in Bikner-Ahsbahs und Halverscheid (2014). Interessendichte Situationen kann man im Mathematikunterricht anregen, aber nicht vorherbestimmen. Dennoch gibt es Kriterien, die das Auftreten einer solchen Situation wahrscheinlicher machen.

1. Konzept interessendichte Situationen

Es handelt sich hier um Situationen, in denen ein mathematisches Problem oder eine mathematische Frage verfolgt wird. In einer IDS involvieren sich die Schülerinnen und Schüler eine/r nach der/dem anderen in die Aufgabenlösung (***Involviertheit***: Abschnitt 1.1). Dabei stehen der mathematische Gegenstand und das Umgehen mit diesem Gegenstand im Zentrum. Prozesse der Erkenntnisentwicklung werden angestoßen, fortgesetzt und verlaufen zunehmend intensiver und tiefer (***positive Erkenntnisdynamik***: Abschnitt 1.2), dabei sind die mathematischen Gegenstände und das Handeln damit der Grund für die Auseinandersetzung und nichts anderes. Dies führt implizit oder explizit zur Wertschätzung mathematischer Inhalte. (***mathematische Wertigkeit***: Abschnitt 1.3)

1.1 Soziale Rahmenbedingungen für Involviertheit in IDS:

IDS zeichnen sich dadurch aus, dass darin nicht die inhaltlichen Lehrererwartungen (auch wenn natürlich Lehrkräfte Erwartungen haben) den Prozess steuern. Die Lehrkraft verhält sich abstinent zu ihren mathematikbezogenen Erwartungen und konzentriert sich stattdessen auf den inhaltlichen Erkenntnisprozess der Lernenden mit einer interessierten und wertschätzenden Haltung und dem Vertrauen darauf, dass die

Lernenden fundierte Erkenntnisse entwickeln werden. Sie unterstützt, wenn Worte fehlen, erkennt das mathematische Potenzial in den Schülerüberlegungen und gibt, wenn notwendig, Hilfestellungen zum Weiterdenken oder provoziert gegebenenfalls, um Inhalte explizit werden zu lassen oder Präzisierung zu erzeugen. Lernende ihrerseits konzentrieren sich auf ihren eigenen Denkprozess und nicht auf vermeintliche Lehrererwartungen. Ein Erkenntnisbedürfnis kann den Prozess unterstützen und voranbringen, z. B. kann ein Erkundungsbedürfnis dazu führen, dass Heuristiken eingesetzt werden, ein Bedürfnis nach mehr Sicherheit kann zum Absichern der Ergebnisse durch Testen von Sachverhalten führen, mangelnde Genauigkeit kann ein Präzisierungsbedürfnis erzeugen. Zufriedenstellen eines solchen Erkenntnisbedürfnisses kann durch Erkenntnishandeln erreicht werden, das die Lehrkraft unterstützen kann.

Verhalten der Lehrkraft zur Unterstützung von Erkenntnishandlungen:

a) **Erkenntnisprozess unterstützen (Abb. 1 EF-Handlungen)**: Die Lehrkraft gibt Hilfestellung für heuristisches Arbeiten und Sichern des Vorhandenen, für räumliche Übersicht, für effektives zeitliches Vorgehen; sie unterstützt, von und mit anderen zu lernen, sich vielleicht Gesten zu überlegen, die einen Sachverhalt ausdrücken. (Bikner-Ahsbahs, Kidron und Dreyfus, 2011)
b) **Erkenntnisprozess voranbringen (Abb. 1 EP-Handlungen)**: Die Lehrkraft stößt eventuell an, Gedanken zu präzisieren, an Beispielen zu konkretisieren, zu formalisieren, ein Diagramm oder eine Formel zu finden, einen Arbeitsbegriff zu erfinden und zu konkretisieren, hypothetisch zu denken und zu argumentieren, aber auch Analogieschlüsse (gemäß Ähnlichkeiten) zu produzieren; das alles aber nur als heuristische Angebote. (Bikner-Ahsbahs, Kidron und Dreyfus, 2011)
c) **Den Erkenntnisprozess meta-kognitiv begleiten:** Die Lehrkraft stellt Ideen zur Planung, Steuerung und Reflexion (siehe auch: Cohors-Fresenborg und Kaune, 2007) über den Erkenntnisprozess zur Verfügung und macht mögliche Erkenntnisbedürfnisse bei Lernenden explizit (Kidron, Bikner-Ahsbahs und Dreyfus, 2011; Bikner-Ahsbahs, Kidron und Dreyfus, 2011), sie kann aber auch Erkenntnisbedürfnisse provozieren (z.B. durch Fragen wie: Könnte man das genauer ausdrücken?)

1.2 Rahmenbedingungen zum Erkenntnisprozess:

Erkenntnisprozesse können im Prinzip mit drei unterschiedlichen epistemischen (das meint auf Erkenntnis ausgerichtete) Handlungen modelliert werden: ***Sammeln*** mathematischer Bedeutungen meint Zusammentragen ähnlicher Sachverhalte zu einer

Frage oder zu einem Problem, ***Verknüpfen*** meint eine überschaubare Anzahl von Sachverhalten miteinander zu verbinden und ***Struktursehen*** meint einen prinzipiell durch eine beliebige Menge von Beispielen darstellbaren Sachverhalt erkennen, entweder als neue Einheit oder als bekanntes Objekt in einem neuen Kontext. Jede IDS führt zu Struktursehen.

Ein Beispiel (vgl. Bikner-Ahsbahs 2005, S. 245 f):

In dieser Stunde sammeln die Schülerinnen und Schüler einer sechsten Klasse Brüche, die sie an die Stelle 0,5 des Zahlenstrahls an die Tafel schreiben. Kürzen und Erweitern sind noch nicht behandelt worden, lediglich konkrete Brüche sind bekannt. Die gefundenen Brüche werden miteinander verknüpft, indem arithmetische Zusammenhänge gefunden werden. Diese fasst die Lehrkraft, Herr Kramer, zusammen, als Anne ein Muster gedanklich fortsetzt.

1 Lehrer:	GENAU! Das Doppelte von Fünf und das Doppelte von Zehn nech‘ *(schreibt: Das von 5 und das),* das Doppelte von Fünf und das Doppelte *(Schreibt das fehlende Wort „Doppelte“ drüber)* von Fünf soll das heißen. Das Doppelte von Fünf.
2 Kris:	Man kann auch Hundertzwanzig mal Sechzig nehmen o.k.
3 Anne:	Man kann ja bis unendlich das verdoppeln.
4 Lehrer:	und das D-o-p-p-e-l-t-e von Zehn *(schreibt das Doppelte von 10)*
5 Anne:	Aber Herr Kramer...
6 Lehrer:	sso und Anne?
7 Anne:	Man kann das ja ganz oft doppeln, man kann das ja immer weiter machen und man kann das ja bis ins UNENDLICHE machen.
8 Lehrer:	JAA! Wie viele finden wir also, wie viele Brüche, die wir da ranschreiben können, Anne?
9 Anne:	Ganz viele! *(verlegen lachend)*
10 Lehrer:	Ja, wie viel? – Hundert?
11 mehrere Schüler:	Nee!
12 Schüler 1:	Viel mehr noch!
13 Schüler 2:	Ganz viele. Die kann man gar nicht zählen!
14 Lehrer:	Kann man gar nicht zählen?
15 Kris:	Unendlich!
16 Lehrer:	Kris?
17 Kris:	So viel, so viel, so viel, so viele Zahlen wie es gibt!

Der Lehrer gibt sein Ziel, Erweitern zu behandeln, auf, als Anne das potenziell Unendliche in den Handlungen erkennt. Anne sieht eine Struktur, die sich durch vorausgegangenes Sammeln und Verknüpfen mathematischer Bedeutungen plötzlich einstellt (Zeile 3). Herr Kramer möchte dies vermutlich konkretisiert haben (Zeile 6, 7), weil man sich gerade mit dem „Dranschreiben“ von Brüchen an die Stelle 0,5 des Zahlenstrahls befasst. Anne ist irritiert, denn sie hat ja schon gesagt, was sie wahrgenommen hat (Zeile 9). „ranschreiben“ (Zeile 8) kann man unendlich viele Schritte nicht, und sie wiederholt ihre Beobachtung (Zeile 9) verlegen. Die Lehrkraft macht nun einen provokativen Vorschlag, um Explizieren hervorzurufen (Zeile 10), und erntet kollektiven Protest (Zeile 11-15). Es entsteht ein gemeinsames Ringen um die Bedeutung des Unendlichen durch Sammeln unterschiedlicher Aspekte: nee, viel mehr noch, kann man gar nicht zählen, unendlich.

Nun wird Kris aufgerufen und sie „definiert“ unendlich hier als abzählbar unendlich durch Vergleich mit den natürlichen Zahlen (Zeile 17). Ein selbst organisierter kollektiver Erkenntnisprozess führt über Sammeln und Verknüpfen zweimal zu Struktursehen, beim ersten Mal geht es um einen *potenziell unendlichen Prozess* und beim zweiten Mal um *ein Konzept*.

Es gibt noch weitere Aspekte, die auftreten können, aber eher zum sozialen Miteinander gehören, z.B. wertschätzendes und verstehendes Verhalten der Lehrkraft oder der Schüler untereinander, es gibt Initiierungen, die vorwiegend von den Lernenden kommen sollten, und es gibt Handlungen, die auffordern, etwas explizit zu machen, wie die provozierende Äußerung der Lehrkraft im Beispiel.

In Fallstudien (Bikner-Ahsbahs, 2005; Stefan, 2012) wurde deutlich, dass genügend Sammel- und Verknüpfungshandlungen benötigt werden, um überhaupt Struktursehen möglich zu machen. Insofern sind Sammeln und Verknüpfen heuristische Strategien, die auch von der Lehrkraft oder dem Material angeregt werden können. Nicht immer findet Struktursehen satt, z.B. wenn eine Gruppe von Lernenden eine Aufgabe als abgeschlossen ansieht, obwohl sie das nicht ist, oder wenn ein falsches Ergebnis als wahr angesehen wird. Es ist dann die Aufgabe der Lehrkraft, den stecken gebliebenen Prozess wieder durch Hinweise auf Widersprüche oder Lücken, die ein epistemisches Bedürfnis erzeugen, in Gang zu bringen.

Es gibt **Erkenntnis produzierende** Handlungen (siehe 1.1 b und Abb. 1), das sind entweder Verknüpfungshandlungen oder Struktursehen. In jedem Fall erzeugen sie einen Erkenntnisschritt – man weiß danach mehr als vorher – der durch Erkenntnisbedürfnisse angeregt wird. Im obigen Beispiel fand das zweimal statt. In anderen Fällen hat man eine Formel, selbst wenn sie noch falsch ist, oder man hat einen Begriff (z.B.

unendlich) präzisiert, ein Argument gefunden, man weiß vielleicht, was nicht geht, oder hat etwas strukturiert, was dann eine neue Sicht erlaubt. Leistungsstarke Lernende machen mit solchen Schritten häufig Kompetenzerfahrungen und Autonomieerfahrungen, was wiederum das Interesse fördert und deshalb den Prozess antreibt.

Die Erkenntnisdynamik in IDS kann stufenweise stattfinden, dann sammelt man, bevor man verknüpft, und sieht am Ende Strukturen. Sie kann aber auch spiralförmig stattfinden, indem Sammel-Verknüpfungshandlungen zusammen zu neuem Material führen, was wiederum Sammel-Verknüpfungshandeln initiiert, bis dann am Ende Struktursehen stattfinden kann. Schließlich kann es noch zusammenfließende Prozesse geben, in denen die Lernenden etwas getrennt vorbereiten und ihr Wissen dann in einer gemeinsamen Runde vorstellen und besprechen.

1.3 Rahmenbedingungen zur mathematischen Wertigkeit:

Zentrales Merkmal IDS aus Sicht mathematischer Wertigkeit ist, dass ein impliziter Sozialvertrag gelebt wird: Die Lernenden produzieren mathematisch wertvolle Ideen im Sinne der Fragestellung und die Lehrkraft hilft ihnen dabei. Dabei ist Autorenschaft wichtig, also dass Ideenproduzenten bzgl. des Wertes ihrer Ideen wertgeschätzt werden. *Ullas* Regel, *Armins* Vermutung können das ebenso ausdrücken wie spontane Wertschätzungen in der Klasse, wie z.B. „das ist ja einfach, das mache ich auch so.“ oder „cool, gute Idee.“ Untersuchungen dazu haben gezeigt (Bikner-Ahsbahs, 2005, Stefan, 2012), dass sich dabei die Erkenntnisprozesse zu Produktionstypen zusammenfügen und zeigen können, z.B. als *Ideenwettbewerb*, bei dem eine Idee die nächste hervorruft, oder aber man ringt um einen neuen Sachverhalt oder einen neuen Begriff in der *innovatorischen Ideenproduktion*, man prüft eine Behauptung in einem Prozess der *Güteprüfung*, oder es entsteht eine *Expertenshow*, in der sich Lernende als Experten zeigen, wenn sie sich eine Sache zu Eigen gemacht haben und diese dann reihum vorstellen und hinterfragen. Im obigen Beispiel handelt es sich um ein Ringen um die Bedeutung des Unendlichen; in diesem Fall, also um eine innovatorische Ideenproduktion. Solche Formen können auch von der Lehrkraft als heuristische Gestaltungsidee verwendet werden, um derartiges Produzieren von Ideen seitens der Lernenden zu unterstützen. Sie werden in reiner Form höchst selten vorkommen.

2. Welche Ansätze hat man, um eine IDS zu planen, vorzubereiten und zu begleiten?

Produktionstypen sind methodisch nutzbar, indem z.B. ein Ideenwettbewerb oder eine Expertenshow in der Klasse ausgeschrieben wird oder ein Sachverhalt intensiv von Lernenden auf seine Qualität untersucht und das in einem Gutachten zusammengefasst wird.

Sammel-Verknüpfungs-Aktivitäten kann man in Aufgabenstellungen als Heuristik anlegen und zugleich Hilfestellung geben, Erkenntnisprozesse zu planen, zu reflektieren und zu steuern. Während des Prozesses ist es wichtig, dass Lernende Komplexität durch *Erkenntnis fördernde* Handlungen (kurz: EF-Handlungen, Abb. 1) reduzieren, nämlich dadurch, dass sie übersichtlich und effektiv arbeiten, auch den Körper nutzen oder Gesten als Darstellungshilfe in der Interaktion verwenden, mit- und voneinander lernen, also das Soziale auch als Ressource nutzen, und immer wieder dafür sorgen, dass einerseits das mathematische Handeln korrekt ist und anderseits auf Mathematik bezogene Heuristiken genutzt werden, um den Prozess voranzubringen (EF-Handlungen in Abb. 1)

Kompetenz- und Autonomieerfahrungen werden durch *Erkenntnis produzierende Handlungen* (EP-Handlungen) gemacht. Diese explizit zu machen, ist in IDS eine besondere Aufgabe der Lehrkraft. Oft müssen Schülerinnen und Schüler erst lernen, kleine Schritte als Erfolg wahrzunehmen.

Das folgende Diagramm fasst die drei epistemischen Handlungskomponenten (Meta-Handlungen, Erkenntnis fördernde Handlungen, Erkenntnisproduzierende Handlungen) zu einem Modell zusammen (Abb. 1).

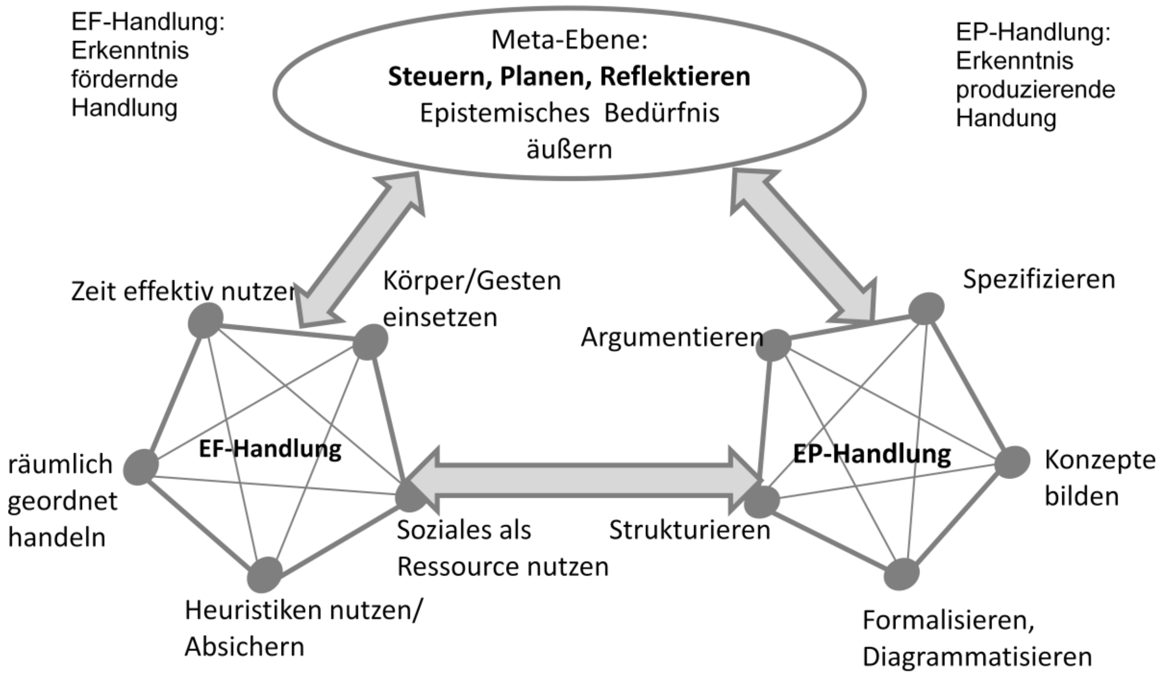

Abb. 1: 3-Komponenten-Modell epistemischen Handelns

Die meta-kognitiven Handlungen Steuern, Planen und Reflektieren sind in Anlehnung an Cohors-Fresenborg und Kaune (2007) einbezogen worden.

Tabelle 1: Legende zu den Erkenntnis produzieren Handlungen (EP):

Argumentieren	begründen/ hypothetisch schließen/ deduktiv schließen/ argumentieren
Spezifizieren:	präzisieren, konkretisieren, Beispiel finden angeben und ausarbeiten
Konzepte bilden	vorhandene Konzepte ausarbeiten, Begriffe bilden, Worte für Sachverhalte erfinden
Formalisieren	verdichtet symbolhaft darstellen, als Formel oder Diagramm
Strukturieren	gemäß mathematischer Gesichtspunkte ordnen

Jede reale Handlung kann aus unterschiedlichen Bestandteilen der Komponenten bestehen, z.B. können Strukturieren, Argumentieren und Diagrammatisieren zusammen auftreten (das wäre ein Handlungsdreieck in Abb. 1) und zugleich kann sorgfältig und übersichtlich auf einem Blatt geschrieben (räumlich ordnende EF-Handlungen) und dies mit Elementen der Meta-Ebene verbunden werden. In unserem Beispiel wurde etwa spezifiziert, ein Konzept entworfen und das Soziale als Ressource genutzt. Die Steuerung der Interaktion wurde von der Lehrkraft übernommen.

3. Wie kann die Lehrkraft in der sozialen Interaktion die Entstehung IDS unterstützen?

Wichtig für Lehrkräfte ist, sich nicht von ihren eigenen fachlichen Erwartungen kontrollieren zu lassen, sondern sich auf die Denkprozesse der Lernenden zu konzentrieren, diese zu verstehen und Lernenden zu helfen, deren Ideen explizit zu machen - das aber durchaus in Hinblick auf das mathematische Potenzial der Schüleräußerungen, das die Lernenden sicher kaum kennen werden, wohl aber die Lehrkraft.

Ein hilfreiches Motto für die Lehrkraft: Interesse ruft Interesse hervor.

Literatur

Bikner-Ahsbahs, Angelika (2005). *Mathematikinteresse zwischen Subjekt und Situation – Baustein für eine mathematikdidaktische Interessentheorie*. Hildesheim: Verlag Franzbecker.

Bikner-Ahsbahs, A., Kidron, I. & Dreyfus, T. (2011). Epistemisch handeln können – aber wie? *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011*, Gesellschaft für Didakitk der Mathematik. Zugriff am 22.09.2013 unter: http://www.mathematik.tudortmund.de/ieem/bzmu2011/_BzMU11_1_Einfuehrungen-Hauptvortraege/BzMU11_BIKNER_Angelika_Epistem.pdf.

Bikner-Ahsbahs, A. & Halverscheid, St. (2014, in press). Introduction to the Theory of Interest-Dense Situations (IDS). In: Angelika Bikner-Ahsbahs, Susanne Prediger and Networking Theories Group (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education, ZDM-Series Advances in Mathematics Education*. New York: Springer

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2007). *Kategoriensystem für metakognitive Aktivitäten beim schrittweise kontrollierten Argumentieren im Mathematikunterricht, 2. überarbeitete Auflage*. Arbeitsbericht Nr. 44. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik

Kidron, I., Bikner-Ahsbahs, A., & Dreyfus, T. (2011). How a general epistemic need leads to a need for a new construct: A case of networking two theoretical approaches. In: Pytlak, M.; Rowland, T. & Swoboda, E. (Eds.), *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2475-2485). Rzeszów: University of Rzeszów, Poland.

Stefan, G. (2012). *Motivation und Interesse im Mathematikunterricht der Grundschule: Genese – Indizierung – Förderung. Evaluation und Reflexion des Unterrichtsprojekts Sprech- und Schreibanlässe im Mathematikunterricht der dritten und vierten Jahrgangsstufe.* Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Autorin:

Prof. Angelika Bikner-Ahsbahs

Universität Bremen
Fachbereich 03
Bibliothekstrasse 1
28 359 Bremen