

**Aufgabenbeispiel: Sponsorenlauf**

**Jahrgangsstufe: 5/6**

**Aus:**

**Landesinstitut für Schule / Qualitätsagentur (Hrsg.)**

**Kompetenzorientierte Diagnose**

**Aufgaben für den Mathematikunterricht**

**Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2006-02-01**

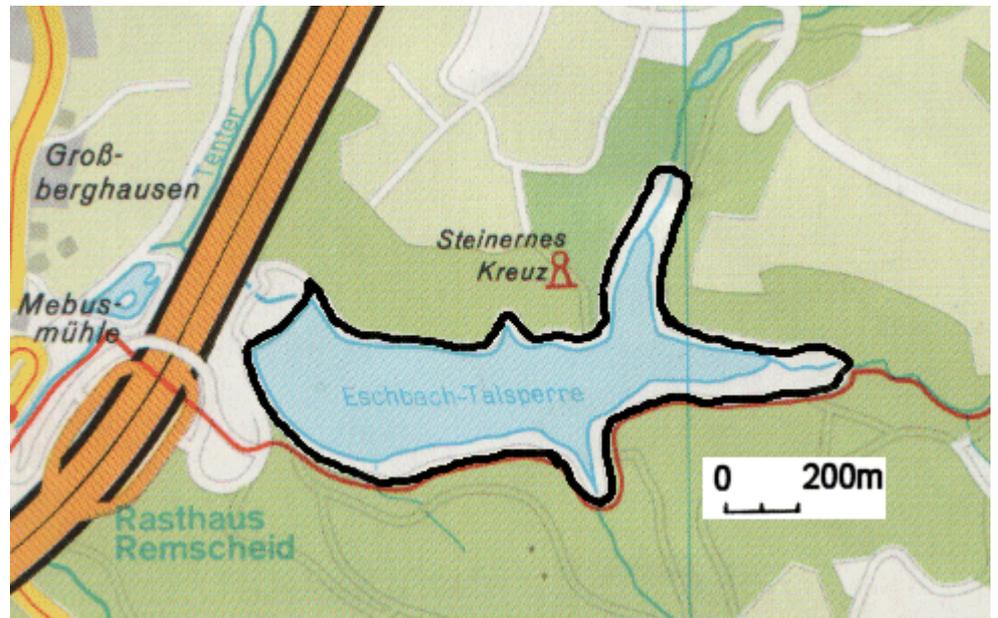
**S. 36 - 39**

## Sponsorenlauf

Der Sponsorenlauf unserer Schule soll in diesem Jahr als Geländelauf rund um die Eschbach-Talsperre stattfinden. Wie lang ist die Strecke, die du für eine Runde laufen musst?

*(Angabe der Lösung in km)*

Erläutere, wie du dein Ergebnis bestimmst hast.



## Hinweise zur Aufgabenstellung

An Hand dieser Aufgabe können die Schülerinnen und Schüler zeigen, dass sie aus einem Kartenausschnitt die ungefähre Länge eines Rundweges ermitteln können.

Zur Lösung der Aufgabe muss eine einfache Strategie entwickelt werden, eine „krumme“ Linie mit Hilfe eines Lineals zu messen. Die gemessene (und errechnete) Länge muss mit Hilfe eines Maßstabes in die für längere Entfernungen gebräuchliche Einheit **km** angegeben werden.

Mit dieser Aufgabe können Informationen zu mehreren Indikatoren für Teilkompetenzen aus den Kernlehrplänen gewonnen werden. Als Kompetenzerwartungen am Ende der Doppeljahrgangsstufe 5/6 stehen dort u. a.:

	Schülerinnen und Schüler ...
<b>Problemlösen</b> – Probleme erfassen, erkunden und lösen	
Lösen	... nutzen elementare mathematische Regeln und Verfahren (Messen, Rechnen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen...
Reflektieren	wenden die Problemlösestrategien „Zurückführen auf Bekanntes“ (Konstruktion von Hilfslinien, Zwischenrechnungen), „Spezialfälle finden“ und „Verallgemeinern“ an (Jg. 7/8)  ... deuten Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung
<b>Argumentieren/Kommunizieren</b> – kommunizieren, präsentieren und argumentieren	
Verbalisieren	... erläutern mathem. Sachverhalte und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen
Präsentieren	... präsentieren Ideen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen
<b>Arithmetik/Algebra</b> – mit Zahlen und Symbolen umgehen	
Operieren	... führen Grundrechenarten aus (schriftliche Addition mit natürlichen oder endlichen Dezimalzahlen)
Anwenden	... wenden ihre arithmetischen Kenntnisse von Zahlen und Größen an, nutzen Strategien für Rechenvorteile, Techniken des Überschlagens ...
<b>Funktionen</b> – Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden	
Anwenden	... nutzen gängige Maßstabsverhältnisse

## Erwartete bzw. mögliche Bearbeitungen

Bei unseren Tests der Aufgabe tritt das Setzen von Hilfspunkten - und damit das Einteilen in Teilstrecken - als häufigste Lösungsstrategie auf. Alle Teilstrecken werden in cm oder mm gemessen und notiert. Nach Addition aller Teilstrecken wird die Summe unter Anwendung des Maßstabes in km umgerechnet.

Dabei sind keine eindeutigen Endwerte zu erwarten, eine größere Toleranz ist auf Grund unterschiedlicher Einteilungen und Messungenauigkeiten zu akzeptieren.

Die gemessene Laufstrecke ist ungefähr 23,5cm lang.

Mithilfe des vorgegebenen Maßstabs ergibt sich hieraus:

$$23,5 * 200m = 4700m = \underline{\underline{4,7 km}}$$

Alternative Lösung:

Wünschenswert wäre eine Bearbeitung in der Form, dass geeignete Hilfsmittel zur Messung einer nicht gleichmäßig gebogenen Linie gefunden würden. Ein solches Hilfsmittel könnte z.B. ein Bindfaden/eine Kette sein, den man auf die Karte an den zu messenden Rundkurs anlegt. Daraufhin könnte sehr einfach die Länge des Fadens exakt ermittelt und auf die Länge der Laufstrecke geschlossen werden. Allerdings wurde dieser Lösungsweg bei mehrfachen Testläufen in verschiedenen Klassen 6 von keinem Schüler selbständig gefunden.

Ein Schüler einer 9. Klasse nutzte ein Kabel seines MP3-Players zur Bearbeitung der Aufgabe.

## Diagnostische Informationen

Diagnostische Informationen lassen sich vor allem aus der Beschreibung der Vorgehensweise gewinnen. Je nach Bearbeitung und zugehöriger Erläuterung lassen sich hieraus Rückschlüsse ziehen, z. B. auf

- die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler aus Karten Informationen zu entnehmen (Darstellung von Wegen, Seen usw.),
- die Sorgfalt und genaue Arbeitsweise der Schüler bei der Anwendung des Lineals oder Geodreiecks beim Messen von Teilstrecken und die Angaben der Messergebnisse in mm,
- die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler Längeneinheiten umzurechnen: zunächst die Messergebnisse in cm und später die Ergebnisse der Maßstabsrechnung von m in km,
- die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler, viele durch die Einteilung in Teilstrecken gewonnene Zahlen sauber zu notieren, um sie schriftlich richtig addieren zu können. Die Addition selbst bringt Aufschluss über Rechenfertigkeiten bzgl. dieser Rechenart.
- die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler, ihre Ergebnisse realistisch einzuschätzen: Spätestens bei der Präsentation der Ergebnisse wird deutlich, ob die Schüler in der Lage sind, zu hinterfragen, ob ein Ergebnis von 47 m oder 47 km überhaupt ein realistisches Ergebnis sein kann. Da erfahrungsgemäß sehr häufig Fehler bei der Umrechnung von Maßeinheiten auftauchen, kommt der Kritikfähigkeit bei der Einschätzung ihrer Ergebnisse eine größere Bedeutung zu.

## Passende Fragen zur Selbsteinschätzung

Nach Bearbeitung dieser Aufgabe können die Schülerinnen und Schüler voraussichtlich die folgenden Fragen zur Selbsteinschätzung fundiert beantworten – bzw. vor der Bearbeitung getroffene Einschätzung ggf. revidieren –

Wie sicher bist du, wenn du ...

- ... eine bestimmte Streckenlänge aus einer Landkarte ermitteln sollst?
- ... eine Länge in der Karte mit Hilfe eines Maßstabes in eine reale Länge umrechnen sollst?
- ... ein Ergebnis im Hinblick auf die Aufgabenstellung einschätzen sollst?
- ... deinen eigenen Lösungsweg erklären sollst?

## Vorschläge zur Besprechung der Aufgabe im Unterricht

Zunächst sollten viele Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit bekommen, ihre Lösung vorzustellen. Dabei wird sich eine Lösung heraus kristallisieren, da die meisten Ergebnisse im Rahmen einer gewissen Fehlertoleranz in der Nähe von 4,7 km liegen dürften. Stark abweichende Ergebnisse können auf Fehlerquellen untersucht werden, was auf Grund der individuellen Einteilungen der Teilstrecken allerdings nicht ganz einfach ist. Eine Möglichkeit wäre das partnerweise Nachmessen und Nachrechnen der jeweiligen Lösungen. Die Lösungsalternative, dass man einen Faden entlang der Laufstrecke anlegen kann und ihn danach sehr leicht und exakt mit dem Lineal misst, sollte im Unterricht erarbeitet und ausgetestet werden. Hier ergibt sich für die Schüler eine einfache Möglichkeit, die Genauigkeit ihrer vorherigen eigenen Messung zu überprüfen. Die Aufgabe bietet grundsätzlich die Gelegenheit über die Genauigkeit einer Lösung zu diskutieren: Wie viele Punkte müssen gesetzt – wie viele Teilstrecken bestimmt werden, um ein „annehmbares“ Ergebnis zu erzielen? Wie genau muss das Ergebnis angegeben werden, welche Toleranzen sind sinnvoll, sind schon vom Material (Karte, Maßstab) notwendigerweise vorgegeben?

### Alternative Aufgabenstellungen

Ähnliche Aufgaben kann man den Schülerinnen und Schülern im Anschluss stellen, wobei man eine Gruppe nach der „Fadenmethode“ und eine andere nach der Strecken-Unterteilungsmethode arbeiten lässt und die jeweiligen Lösungen vergleicht.

Je nach Diskussionsstand in einer Schülergruppe darüber, ob man die Länge einer krummen Linie überhaupt richtig messen kann, sollte man im Aufgabentext das Wort „ungefähr“ einfügen.

In der Ausgangsaufgabe ist der Maßstab vereinfacht angegeben. Bei Landkarten sind Maßstäbe in der Schreibweise 1 : 20.000 üblich. Hier besteht eine weitere Möglichkeit zur Differenzierung. Alternativ könnte auch die Angabe der Einheiten offen gelassen werden; dann müssten die Schüler das Ergebnis in der gebräuchlichen Einheit selbst angeben.

*Bitte beachten Sie:*

*1. Sofern nicht gesondert gekennzeichnet, ist alles Material in diesem Angebot urheberrechtlich geschützt und darf in keiner anderen Weise verwendet werden, als es in den allgemeinen Urheberrechtsbestimmungen auf learn:line oder im Text der Seite genehmigt ist. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Rechte an eingestellten Beiträgen bei den Autoren verbleiben. Eine unautorisierte Veröffentlichung an anderen Orten insbesondere zu kommerziellen Zwecken ist nicht zulässig.*

*2. Nicht-kommerzielle Besucher dieser Seite dürfen jegliches Material nur zur privaten, nicht-kommerziellen Verwendung herunterladen. Angestellte, Agenten, Mitglieder oder andere Vertreter eines Unternehmens / einer Organisation dürfen Material von dieser Seite nur für nicht-kommerzielle Zwecke innerhalb des Unternehmens oder der Organisation herunterladen. Diese Befugnis setzt die Beachtung jeglicher urheberrechtlicher oder eigentumsrechtlicher Bestimmungen, denen das Material unterliegt, voraus.*

*Nachfragen / Feedback unter <http://www.sinus.nrw.de/projekt5>*