

Konkretisierung eines Unterrichtsvorhabens

9.6 Wie wichtig ist der rechte Winkel? – Die Sätze von Pythagoras und Thales beweisen und anwenden (14 U.-Std.)

Kommission: „Schulinterner Lehrplan G8 – Mathematik“ , Januar 2016
 Hiltrud Wüst, Jens Dahmen, Judith Blomberg,
 Eva-Maria Mikat (Bez. Reg. Arnsberg),
 Dr. Joachim Roß (QUA-LiS.NRW)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Hinweise und Absprachen
<p><i>Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler ...</i></p> <p>IK1 - berechnen geometrische Größen und verwenden dazu den Satz des Pythagoras [...] und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe des Satzes des Thales.</p>	<p><i>Lernvoraussetzungen/Vernetzung</i></p> <p>LV1 - Wurzel als Umkehrung des Potenzierens mit natürlichen Exponenten (\leftarrow 8.5, \rightarrow EF)</p> <p>Entlastung</p> <p>E1 - Zeichnen der Beispiele mit DGS</p>
<p><i>Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler ...</i></p> <p>PK1 - nutzen mathematisches Wissen und mathematische Symbole für Begründungen und Argumentationsketten,</p> <p>PK2 - zerlegen Probleme in Teilprobleme,</p> <p>PK3 - erläutern mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen.</p>	<p><i>Schwerpunktsetzung</i></p> <p>SP1 - anschauliche Beweisführung (z. B. Beweis durch Flächenzerlegung)</p> <p>SP2 - selbstständiges Aufstellen von Argumentationsketten (in Gruppenarbeit)</p> <p>SP3 - Präsentation unterschiedlicher Beweise (z. B. als Gruppenpuzzle)</p> <p>SP4 - Anwendung in inner- und außermathematischen Problemstellungen</p>

Ein Schwerpunkt dieses Vorhabens ist das *Beweisen* eines geometrischen Lehrsatzes. Deswegen steht nicht das Entdecken des Zusammenhangs am Anfang der Überlegungen, sondern lediglich die Verifizierung der Beziehung.

Die Vielzahl bekannter Zerlegungsbeweise ermöglicht es, die Unterrichtsmethode „Gruppenpuzzle“ zu wählen, die einerseits für die Schülerinnen und Schüler effektiv ist, andererseits von ihnen selbst als motivierend erlebt wird. In diesem Beispiel werden in der ersten Runde möglichst leistungshomogene Gruppen gebildet. Die Gruppenaufträge werden nach Anspruch des Beweises gestaffelt den jeweiligen Gruppen zugewiesen.

In der zweiten Runde erläutern dann alle Schülerinnen und Schüler (in der Regel in recht inhomogenen Gruppen) den jeweils von ihnen bearbeiteten Beweis. In einer anschließenden schriftlichen Lernkontrolle kann überprüft werden, ob das Unterrichtsziel von den Schülerinnen und Schülern erreicht wurde.

Weitere, eigenständig zu führende, Beweise (Höhensatz und Kathetensatz) sind zur Vertiefung für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler vorgesehen, sie sind keine verbindlichen Inhalte gemäß Kernlehrplan, erweitern aber Kompetenzen im Bereich des mathematischen Argumentierens.

Der zweite Schwerpunkt des Unterrichtsvorhabens liegt auf der Anwendung des Lehrsatzes. Dazu werden Aufgaben unterschiedlicher Anforderungsniveaus sowie ein „Lernen an Stationen“ eingesetzt. Dabei wird Wert darauf gelegt, dass die Schülerinnen und Schüler die Situationen eigenständig erfassen, strukturieren und die neu gelernten Zusammenhänge anwenden können. Strategien zum Lösen anwendungsorientierter Probleme werden reflektiert, wenn möglich verallgemeinert und erneut angewandt.

Wesentliche Ergebnisse werden in einem Merkhefteintrag festgehalten. Je nach Bedarf sind Hinweise zur Vermeidung typischer Schülerfehler empfehlenswert. In diesem Vorhaben hilft zudem eine strukturierende Vorgabe, den Merkhefteintrag sinnvoll anzulegen.

Der Satz des Pythagoras (9 U. - Std., 1 U. - Std. = 45 Minuten)

Zeitbedarf	(*)	Unterrichtseinheit	Schwerpunkt/Phase	Lehrplanbezug	Unterrichtsform	Material	Hinweise
3 Std.	V	Satz des Pythagoras – Ein Satz, verschiedene Beweise	Erarbeitung jeweils eines Beweises, Herstellung des Materials, Präsentation	PK1, PK3, SP1, SP2, SP3	Gruppenpuzzle	Anleitung für Gruppenpuzzle (Info_Gruppenpuzzle) Arbeitsblätter (1-GP-Pythagoras) farbiges Tonpapier	In der ersten Runde des Gruppenpuzzles muss ein Beweis nachvollzogen, sowie das Material für die Präsentation hergestellt werden. Die Gruppen 1, 3 und 5 haben einfache Zerlegungen; die Gruppen 2, 4 und 6 haben algebraische Beweise bzw. eine komplexere Zerlegung (Differenzierung: leistungshomogene Gruppen). In der zweiten Runde stellt jede/r SoS einen Beweis vor.
15 min.	F	Lernkontrolle	Schriftliche Überprüfung		EA	Testbogen (1-Lernkontrolle)	Lernkontrolle zum Beweis als Diagnoseinstrument, die ggf. zur Bewertung herangezogen werden kann. Das Beweisverfahren kann frei gewählt werden.
30 min.+ 1 Std.	V	Anwendung des Satzes - Gilt der Satz für alle Dreiecke?	Übung / Sicherung des Satzes und der Bedingungen der Anwendbarkeit	IK1, PK1, PK3, SP4	EA/PA	Lehrwerk / AB (2-Ueb-Pyth) Merkheft (2-Merkheft)	Produktives Üben mit Aufgaben: <ul style="list-style-type: none"> • Dreiecke mit rechtem Winkel / ohne rechten Winkel • unterschiedliche Seitenbezeichnungen • unterschiedliche Lage des rechten Winkels Erstellen eines Merkhefteintrags zur Formulierung des Satzes (resultierend aus dem AB), Schwerpunkt auf den Bedingungen der Anwendbarkeit, um typischen Schülerfehlern entgegenzuwirken.

9.6 Wie wichtig ist der rechte Winkel? – Die Sätze von Pythagoras und Thales beweisen und anwenden (14 U.-Std.)

Zeitbedarf	(*)	Unterrichtseinheit	Schwerpunkt/Phase	Lehrplanbezug	Unterrichtsform	Material	Hinweise
1 Std.	V	Anwendung	Berechnung von fehlenden Größen	← 8.5, ← 9.2 IK1, LV1	EA/PA	Lehrwerk / AB (3-Ueb-Pyth_abgrenzung)	Gegebenenfalls kurze Wiederholung oder zusätzliche Arbeitsmaterialien zu Wurzelrechnung und Termumformungen, Hinweis auf den entsprechenden Eintrag im Merkheft, WTR
1 Std.	V	Anwendung	Aufgaben mit Sachkontexten	IK1, PK2, SP4	GA	AB (4-Anwendung-Pyth) Lehrwerk	Schwerpunkt: Entwicklung, Diskussion und Sicherung von Strategien zur Lösung von Aufgaben im Sachkontext
2 Std.	V	Anwendung	Aufgaben zur Wiederholung / Vertiefung	IK1	Stationenlernen	Stationen (5-Stationen-Pyth)	Anwenden der Strategien in weiteren Sachkontexten. Ausblick auf Aufgaben der Oberstufe im dreidimensionalen Bereich.
	E	Vertiefung	Umkehrung des Satzes, Kathetensatz und Höhensatz, pythagoräische Zahlentripel		Referat/ Ausarbeitung	keine Vorgaben	Referate/ Ausarbeitungen können auch ohne Vortrag abgegeben werden. Eventuell kann die Erarbeitung auch während des Stationenlernens durchgeführt werden.

9.6 Wie wichtig ist der rechte Winkel? – Die Sätze von Pythagoras und Thales beweisen und anwenden (14 U.-Std.)

Der Satz des Thales (5 Std.)

Zeit- be- darf	(*)	Unterrichts- einheit	Schwerpunkt/ Phase	Lehr- plan- bezug	Unter- richts- form	Material	Hinweise
2 Std.	V	Inhalt des Satzes	Experimente: Schulhof, DGS	PK3 E1 SP2	GA bzw. PA	Erkundungen auf dem Schulhof und mit einer DGS je 3 AB Varianten (6-Thales)	Experimente auf dem Hof verdeutlichen die Bedeutung von Geometrie. Einsatz des DGS zur Präzisierung. Die drei Varianten unterscheiden sich im Grad der Anleitung (Unterstützung durch erläuternde Grafiken).
1 Std.	V	Beweis	Rückgriff auf bekannte Sätze	PK1 PK2	PA UG	Lehrwerk AB (7-Thales-Beweis)	Der Beweis wird von den SuS selbstständig gefunden; dazu gibt es gestaffelte Hilfestellungen.
2 Std.	V	Anwendung	innermathematische Konstruktionen	IK1 SP4	PA	Lehrwerk	Die Aufgabenauswahl richtet sich nach dem eingeführten Lehrwerk.

Vertiefung (nicht obligatorisch, z.B. für besonders leistungsstarke SuS in Referatsform)

Zeit- be- darf	(*)	Unterrichts- einheit	Schwerpunkt/ Phase	Lehr- plan- bezug	Unter- richts- form	Material	Hinweise
	W	Umfangswinkelsatz			Referat/ Ausar- beitung	keine Vorgaben	Referate/ Ausarbeitungen können auch ohne Vortrag abgegeben werden.

(*) V – verbindlich, F – fakultativ, E – Ergänzung, W – Erweiterung, A2 – Alternative

Verwendete Abkürzungen

KLP	Kernlehrplan für das Gymnasium – Sekundarstufe I (G8) in Nordrhein-Westfalen, Mathematik, 2007	EA	Einzelarbeit
SiLP	schulinterner Lehrplan	PA	Partnerarbeit
UV	Unterrichtsvorhaben	GA	Gruppenarbeit
→	Verweis auf folgende Unterrichtsvorhaben	AB	Arbeitsblatt
←	Verweis auf ein vorangegangenes Unterrichtsvorhaben	GP	Gruppenpuzzle
Std.	Stunde (hier: Unterrichtsstunde à 45 Minuten)	DGS	Dynamische Geometriesoftware
PK#	prozessbezogene Kompetenz (aus KLP, Nummerierung aus UV)	WTR	wissenschaftlicher Taschenrechner
IK#	inhaltsbezogene Kompetenz (aus KLP, Nummerierung aus UV)	V	verbindlich
LV#	Lernvoraussetzung (Nummerierung aus UV)	F	fakultativ
E#	Entlastung (Nummerierung aus UV)	E	Ergänzung
SP#	Schwerpunkt (Nummerierung aus UV)	W	Erweiterung
		A2	Alternative
		SuS	Schülerinnen und Schüler
		SoS	Schülerin oder Schüler