

*Geschwindigkeitskontrollen***Kenngößen und Wahrscheinlichkeitsverteilung  
Binomialverteilung**

März 2016

**Autoren:**

Uli Brauner, Simon Eickels, Nils Hammelrath, Melanie Jankord, Bastian Klappert

*Comenius Gymnasium, Datteln / Röntgen Gymnasium, Remscheid / Gesamtschule Willy-Brandt, Castrop-Rauxel / Gesamtschule Meiderich, Duisburg*

<b>Kurzbeschreibung</b>	Didaktische Hinweise	Lehrplanbezug	Unterrichtsmaterial
-------------------------	----------------------	---------------	---------------------

**Kurzbeschreibung**

Die Unterrichtssequenz beschreibt eine Möglichkeit an einem realitätsbezogenen Kontext die Kenngößen der Statistik (Mittelwert, empirische Standardabweichung) und Wahrscheinlichkeit (Erwartungswert, Standardabweichung) zu erarbeiten und in die Thematik der Binomialverteilung einzusteigen. Die erste Unterrichtseinheit (Kenngößen und Wahrscheinlichkeitsverteilung) ist für mindestens fünf Unterrichtsstunden zu je 45 Minuten ausgelegt. Es sollte sich nach dem Bedarf des Kurses eine weitere Übungsstunde anschließen. Die zweite Unterrichtseinheit (Binomialverteilung) ist für mindestens vier Doppelstunden von jeweils 90 Minuten geplant.

In den vorgestellten Unterrichtseinheiten wird der GTR genutzt. Dabei sollten in der ersten Unterrichtseinheit Mittelwert/Erwartungswert/(empirische) Standardabweichung zunächst händisch berechnet werden, bevor an geeigneten Stellen die entsprechenden GTR-Funktionen erläutert und eingesetzt werden. Alternativ kann auch ein Tabellenkalkulationsprogramm verwendet werden. In der zweiten Unterrichtseinheit findet der GTR durchgehend Verwendung.

*Prozessorientierte Schwerpunkte***Einsatz des grafikfähigen Taschenrechners (GTR)**

Stelle seine Wirkung als 'Tabellenkalkulator' zur Verarbeitung größerer Datenmengen, was auf der einen Seite von den Schülerinnen und Schülern als entlastend wahrgenommen werden kann, auf der anderen Seite zusätzlich eine Kompetenzerweiterung im Umgang mit Datensätzen darstellt, im Idealfall als Vertiefung der bereits in der Sekundarstufe I erworbenen Werkzeugkompetenz.

**Modellieren**

Der Kontext biete eine Möglichkeit, eine reale Situation sinnstiftend zu modellieren. Dabei steht besonders die Erarbeitung einer Lösung innerhalb des mathematischen Modells im Zentrum, wobei die Notwendigkeit entsteht, Fachbegriffe (Erwartungswert, Standardabweichung) und mathematische Konventionen einzuführen und zu verwenden.

*Geschwindigkeitskontrollen***Übersicht über die Unterrichtssequenzen**

## 1. Unterrichtssequenz

Sequenz	Material	Mögl. Arbeitsform	Zeit
Wiederholung der Grundbegriffe der Statistik	M1 Streit um Raserei	EA - PA - Plenum	45 min
Einführen der empirischen Standardabweichung	M2.1, M2.2 Richtgeschwindigkeit auf deutschen Autobahnen Übungsaufgaben aus eingeführtem Schulbuch	EA - PA - Plenum	90 -135 min
Einführung der Standardabweichung und des Erwartungswertes	M3 Der Blitzmarathon	EA - PA - Plenum	45 min
Übungseinheit zur Vertiefung der erlangten Kompetenzen	Übungsaufgaben aus eingeführtem Schulbuch		45 min

## 2. Unterrichtssequenz: (nur Einstieg)

Einstieg in die Binomialverteilung	M4 Die Wette um Geschwindigkeiten	EA - PA - Plenum	90 min
Übungseinheit zur Vertiefung der erlangten Kompetenzen	Übungsaufgaben aus eingeführtem Schulbuch		nach Bedarf
Erwartungswert, Standardabweichung und Varianz der Binomialverteilung	M5 Eine neue Wette um Geschwindigkeiten	EA – PA - Plenum	90 min
Übungseinheit zur Vertiefung der erlangten Kompetenzen	Übungsaufgaben aus eingeführtem Schulbuch		

*Geschwindigkeitskontrollen*

Kurzbeschreibung	<b>Didaktische Hinweise</b>	Lehrplanbezug	Unterrichtsmaterial
------------------	-----------------------------	---------------	---------------------

**Didaktische Hinweise**

Diese Unterrichtssequenz orientiert sich an der Absicht, Konzepte der Stochastik aus lebensweltlich relevanten Fragestellungen zu entwickeln. Damit sollen die Schülerinnen und Schüler vor allem dazu befähigt werden, die erlernten Konzepte flexibel in unterschiedlichen Situationen anzuwenden. Auch für die Einführung von Kenngrößen von Zufallsvariablen und der Binomialverteilung wird der für Oberstufenschülerinnen und -schüler relevante Kontext „Straßenverkehr“ genutzt. Durch die Verknüpfung von realem Kontext und mathematischer Darstellung können die stochastischen Fachbegriffe besonders gut illustriert werden, um auf Grundlage der bereits in der Einführungsphase erarbeiteten Konzepte Grundvorstellungen von Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und den Kenngrößen Erwartungswert und Standardabweichung weiter auszudifferenzieren.

Zwar setzt diese Unterrichtssequenz voraus, dass die Schülerinnen und Schüler bereits Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen kennengelernt haben, es sollte aber dennoch berücksichtigt werden, dass das Konzept der Zufallsgröße recht abstrakt ist. Letztlich handelt es sich um eine Funktion, die Elementen der Ergebnismenge reelle Zahlen zuordnet. Derartige mathematische Objekte sind in der Regel zuvor nicht explizit betrachtet worden. Schwierigkeiten, die Schülerinnen und Schüler im Zusammenhang mit dem hier vorgeschlagenen Unterrichtsgang haben, können also eher durch das vorausgesetzte Konzept der Zufallsgröße begründet sein. In diesem Fall ist eine Wiederholung und Vertiefung im Kontext der aktuellen Aufgaben empfehlenswert. Der unvollständig ausgearbeitete Begriff kann durch das gut erfassbare Beispiel an dieser Stelle ausgeschärft werden.

Bei der Entwicklung der Kenngrößen von Zufallsgrößen (Erwartungswert und Standardabweichung) kann konsequent auf Vorerfahrungen aus der Beschreibenden Statistik (arithmetisches Mittel und empirische Standardabweichung) zurückgegriffen werden; die entsprechenden Konzepte werden nun wahrscheinlichkeitstheoretisch gedacht und entwickelt. Dabei ist es relevant, dass der prinzipielle Unterschied zwischen Wahrscheinlichkeiten und relativen Häufigkeiten noch einmal reflektiert wird, da er in einer späteren Unterrichtssequenz zur Beurteilenden Statistik eine wesentliche Rolle spielt.

Eine weitere wichtige Perspektive bei dieser Unterrichtssequenz ist die der Variabilität in Verteilungen. So wie es bei Datenreihen nicht genügt, sich nur das arithmetische Mittel anzuschauen, ist es bei Zufallsgrößen zu kurz gedacht, wenn man ihre Verteilung nur mit dem Erwartungswert charakterisieren möchte. Zwei Verteilungen mit gleichem Erwartungswert können sehr unterschiedliche Gestalt haben, was sich häufig bereits an der Standardabweichung ablesen lässt. Insgesamt können Kenngrößen aber immer nur einen reduzierten Eindruck von Datenreihen bzw. Verteilungen ermöglichen.

Bei der Einführung und bei Anwendungen der Binomialverteilung sollte schließlich immer reflektiert werden, inwieweit die angenommene stochastische Unabhängigkeit (von Durchführung zu Durchführung des zugrundeliegenden Bernoulli-Experiments) der Situation angemessen ist. Bei vielen Anwendungen wird stochastische Unabhängigkeit angenommen, obwohl sie sich inhaltlich kaum begründen lässt.

## Geschwindigkeitskontrollen

Kurzbeschreibung	Didaktische Hinweise	<b>Lehrplanbezug</b>	Unterrichtsmaterial
------------------	----------------------	----------------------	---------------------

**Lehrplanbezug**

**Thema:** Kenngrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilung, Einstieg in die Binomialverteilung (Qualifikationsphase)

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:***Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch.
- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen.
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen.
- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente.
- erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten.
- beschreiben den Einfluss der Parameter  $n$  und  $p$  auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellungen
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
- anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit zu schließen

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

## Modellieren

*Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

## Argumentieren

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)

## Werkzeuge nutzen

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen grafikfähige Taschenrechner oder Tabellenkalkulationen.

*Geschwindigkeitskontrollen*

Kurzbeschreibung	Didaktische Hinweise	Lehrplanbezug	<b>Unterrichtsmaterial</b>
------------------	----------------------	---------------	----------------------------

**Unterrichtsmaterial****Einordnung in die Reihenplanung**

Die Kenntnis der Begriffe der *Wahrscheinlichkeitsverteilung* und der *Zufallsgröße* wird vorausgesetzt. Es empfiehlt sich eine Unterrichtssequenz vorzuschalten, in der diese Begriffe intensiv behandelt werden. Anbieten würde sich zum Beispiel die Betrachtung der Augensumme beim Wurf mit zwei Würfeln.

**1. Unterrichtseinheit****1. Unterrichtssequenz "Streit um Raserei"**

Sich scheinbar widersprechende Aussagen rund um das Thema "Geschwindigkeitskontrolle" sollen die Schülerinnen und Schüler aufgrund desselben dazugehörigen Datensatzes mathematisch begründen. Dabei werden die Begriffe absolute/relative Häufigkeit und Mittelwert wiederholt und vertieft. Sowohl das arithmetische Mittel als auch der Median sollten bei der Diskussion im Plenum berücksichtigt werden. Für das weitere Unterrichtsgeschehen sollte allerdings der Fokus auf das arithmetische Mittel gelegt werden.

Es bietet sich an im Dreischritt (EA - PA - Plenum) zu arbeiten. Eine arbeitsteilige Arbeit, in der jede Schülerin/jeder Schüler eine andere Aussage betrachtet, ist ebenfalls denkbar.

## Geschwindigkeitskontrollen

## Material 1

## Arbeitsblatt 1

## Streit um Raserei



**Gleisheim.** In den vergangenen Jahren ist oft Ärger über die Raser auf dem Stadtring laut geworden. Daher hat die Polizei am 28. Februar ihren Radarwagen dort aufgestellt und innerhalb einer halben Stunde die Geschwindigkeiten gemessen.

„Mehrheitlich halten sich die Verkehrsteilnehmer an die Verkehrsregeln!“ unterstreicht der bei einem Gespräch anwesende Vertreter der Stadt. Ein Sprecher der Anwohner äußert hingegen sofort Widerspruch mit seiner Überzeugung: „Die gefahrene Geschwindigkeit ist durchschnittlich zu hoch!“

Laut wurde es, als ein Autofahrer aus dem Publikum sich zu Wort meldete und schimpfte: „Wegen eines Rasers werden alle über einen Kamm geschoren! Abgesehen von diesem Spinner sind wir doch durchschnittlich nicht zu schnell gewesen!“ Hier widersprach ein Vertreter der Polizei Er wies darauf hin, dass es zwei Fahrer waren, die wegen Geschwindigkeitsüberschreitung erwischt wurden.

## Die Ergebnisse der Messungen

<b>Uhrzeit</b>	08:02	08:05	08:15	08:15	08:16	08:16	08:17	08:17	08:18	08:19
<b>Geschw. in km/h</b>	49	50	90	49	48	50	51	49	50	48

<b>Uhrzeit</b>	08:21	08:23	08:23	08:24	08:25	08:27	08:29	08:30	08:30	08:31
<b>Geschw. in km/h</b>	54	52	51	48	51	48	50	52	49	50

Information:

Bei stationären Blitzern werden **3 Km/h Toleranz bei Messungen unter 100 Km/h** abgezogen, bei allen Messungen **über 100 Km/h kommen 3 % der gemessenen Geschwindigkeit** zum Abzug.

Aufgabe:

Für alle Aussagen lassen sich Belege in den Zahlen finden. Unterstützen Sie jede der getroffenen Aussagen mit jeweils einem mathematischen Argument.

*Geschwindigkeitskontrollen***2. Unterrichtssequenz "Richtgeschwindigkeit auf deutschen Autobahnen"**

Anhand der Thematik "Richtgeschwindigkeit auf deutschen Autobahnen" sollen die Schülerinnen und Schüler mithilfe eines kleinen Datensatzes schrittweise an die Berechnung der empirischen Standardabweichung herangeführt werden.

Die Erarbeitung erfolgt anhand zweier Messreihen, von denen die erste eine wesentlich geringere Streuung aufweist als die zweite. Dies ermöglicht die Interpretation der berechneten Werte für die Standardabweichung und Varianz. Es bietet sich die Methode des Partnerpuzzles mit anschließender Diskussion im Plenum an.

Kurzanleitung:

1. Einzelarbeit:  
Erarbeitung des Aufgabenteils a).
2. Partnerarbeit:  
Vorstellung und Diskussion der Ergebnisse aus Aufgabenteil a).
3. Diskussion im Plenum unter Berücksichtigung folgender Fragestellungen:
  - Diskussion, warum der Mittelwert von  $x_i - \bar{x} = 0$  ist
  - Notwendigkeit des Quadrierens von  $x_i - \bar{x}$  (Berücksichtigung der Ausreißer)
  - Herleitung der Formel zur Berechnung der empirischen Standardabweichung mithilfe der absoluten Häufigkeit  $[s = \sqrt{\frac{1}{n}((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2)}]$ .
  - Berechnung der empirischen Standardabweichung für den gegebenen Datensatz
  - Vergleich der linearen Abweichung mit der empirischen Standardabweichung (Gewichtung der Ausreißer)
  - Interpretation der Standardabweichung und Varianz durch Vergleich der Werte für beide Datenreihen (Alltagssituation zu den gegebenen Messreihen finden)
4. Evtl.: Konstruktion einer dritten Datenreihe mit ähnlichem Mittelwert aber anderen Streuungsmaßen.
5. Vertiefung des Erlernten durch Bearbeitung der Aufgabenteile b) und c).

Geschwindigkeitskontrollen

M2.1

**Richtgeschwindigkeit auf deutschen Autobahnen**

Die Richtgeschwindigkeit auf deutschen Autobahnen beträgt 130km/h. Höhere Geschwindigkeiten führen häufiger zu erhöhtem Unfallrisiko.

Somit ergibt sich die Fragestellung, wie sehr sich die Autofahrer auf deutschen Autobahnen an diese Richtgeschwindigkeit halten.

Beispielhaft soll dieser Frage mit folgenden 10 Messwerten auf den Grund gegangen werden.



a) Füllen Sie die gegebene Tabelle spaltenweise aus.

$i$	$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$
1	125			
2	132			
3	157			
4	70			
5	180			
6	113			
7	115			
8	140			
9	148			
10	190			
<b>Mittelwerte</b>	Arithmetisches Mittel $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$	Mittlere Differenz $\overline{\Delta x} = \frac{(x_1 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x})}{n}$	Mittlere lineare Abweichung $\bar{d} = \frac{ x_1 - \bar{x}  + \dots +  x_n - \bar{x} }{n}$	Varianz $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$

b) Berechnen Sie jetzt die lineare Abweichung und die empirische Standardabweichung der gemessenen Geschwindigkeiten vom Stadtring.

Uhrzeit	08:02	08:05	08:15	08:15	08:16	08:16	08:17	08:17	08:18	08:19
Geschw. in km/h	49	50	90	49	48	50	51	49	50	48

Uhrzeit	08:21	08:23	08:23	08:24	08:25	08:27	08:29	08:30	08:30	08:31
Geschw. in km/h	54	52	51	48	51	48	50	52	49	50

c) Berechnen Sie die lineare Abweichung und die empirische Standardabweichung aus b) ohne Berücksichtigung des Ausreißers. Was fällt Ihnen auf?



Geschwindigkeitskontrollen

M2.2

**Richtgeschwindigkeit auf deutschen Autobahnen**

Die Richtgeschwindigkeit auf deutschen Autobahnen beträgt 130km/h. Höhere Geschwindigkeiten führen häufiger zu erhöhtem Unfallrisiko.

Somit ergibt sich die Fragestellung, wie sehr sich die Autofahrer auf deutschen Autobahnen an diese Richtgeschwindigkeit halten.

Beispielhaft soll dieser Frage mit folgenden 10 Messwerten auf den Grund gegangen werden.



a) Füllen Sie die gegebene Tabelle spaltenweise aus.

$i$	$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$
1	60			
2	80			
3	177			
4	70			
5	180			
6	210			
7	100			
8	75			
9	230			
10	190			
<b>Mittelwerte</b>	Arithmetisches Mittel $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$	Mittlere Differenz $\overline{\Delta x} = \frac{(x_1 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x})}{n}$	Mittlere lineare Abweichung $\bar{d} = \frac{ x_1 - \bar{x}  + \dots +  x_n - \bar{x} }{n}$	Varianz $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$

b) Berechnen Sie jetzt die lineare Abweichung und die empirische Standardabweichung der gemessenen Geschwindigkeiten vom Stadtring.

Uhrzeit	08:02	08:05	08:15	08:15	08:16	08:16	08:17	08:17	08:18	08:19
Geschw. in km/h	49	50	90	49	48	50	51	49	50	48
Uhrzeit	08:21	08:23	08:23	08:24	08:25	08:27	08:29	08:30	08:30	08:31
Geschw. in km/h	54	52	51	48	51	48	50	52	49	50

c) Berechnen Sie die lineare Abweichung und die empirische Standardabweichung aus b) ohne Berücksichtigung des Ausreißers. Was fällt Ihnen auf?

*Geschwindigkeitskontrollen***3. Unterrichtssequenz "Der Blitzmarathon"**

In der dritten Unterrichtssequenz sollen die Schüler in einer reinen Transferaufgabe "Der Blitzmarathon" das arithmetische Mittel und die Standardabweichung mittels gegebener relativer Häufigkeiten berechnen. Hierbei steht vor allem die mathematische Berechnung im Vordergrund, da die Schüler eine Standardabweichung nicht isoliert interpretieren können. Im Anschluss an die Bearbeitung der Aufgabe kann eine Diskussion erfolgen, ob die Daten eines Blitzmarathons eine gute Zufallsstichprobe darstellen. Selbst Raser würden an einem solchen Tag bewusst auf ihre Geschwindigkeit achten.

*Geschwindigkeitskontrollen***M3****Der Blitzmarathon**

Beim Blitzmarathon 2015 wurden von insgesamt 422.000 Autofahrern 11.000 Fahrer geblitzt, was einer Rate von etwa 2,7% entspricht.

Beim Blitzmarathon wurden in den 50er Zonen folgende Daten erhoben:

Geschwindigkeit	35	37	40	43	45	48	49	50	51	52
Relative Häufigkeit	0,005	0,023	0,027	0,059	0,086	0,127	0,165	0,189	0,146	0,093

Geschwindigkeit	53	54	55	56	57	58	59	60	70	80
Relative Häufigkeit	0,053	0,009	0,0055	0,0038	0,003	0,0025	0,002	0,0006	0,0005	0,0001

- Berechnen Sie das arithmetische Mittel.
- Berechnen Sie die Standardabweichung.

**2. Unterrichtseinheit****1. Unterrichtssequenz "Die Wette um Geschwindigkeit"**

In der zweiten Unterrichtseinheit erfolgt der Einstieg in den Themenbereich der "Binomialverteilung" anhand einer Wette um Geschwindigkeiten. Nach der Bearbeitung der Aufgabenteile a) bis c) des zugehörigen Arbeitsblattes in EA bzw. PA ist eine ausgiebige Besprechung im Plenum notwendig. Dabei ist es empfehlenswert, folgende Inhalte aufzugreifen: das Baumdiagramm mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten, die Anzahl der jeweiligen Pfade und die Gegenwahrscheinlichkeit. Anhand dieser Berechnung sollten das Pascalsche Dreieck, der Binomialkoeffizient, die Bernoulli-Formel und die Länge einer Bernoulli-Kette hergeleitet werden.

Im Anschluss sollte eine Berechnung für die Wette bei einer höheren Anzahl an Fahrzeugen erfolgen (z.B. 6 von 10 Fahrzeugen).

Schließlich erfolgt die Bearbeitung des Aufgabenteils d), bei dem die kumulierte Binomialverteilung aufgegriffen wird. Empfehlenswert ist die Erstellung eines entsprechenden Streudiagramms mithilfe des GTR, damit die Schüler für die nachfolgenden Unterrichtssequenzen in der Lage sind, Streudiagrammen Informationen zu entnehmen.

Abschließend sollten die angeeigneten Kompetenzen in Übungsaufgaben gefestigt und vertieft werden. Hierbei sollte auch die Kompetenz "anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit zu schließen" Berücksichtigung finden. Hierzu eignet sich z.B. folgende Fragestellung: "Bei einer erneuten Geschwindigkeitskontrolle in dem verkehrsberuhigten Innenstadtbereich wurden von 50 Autofahrern 25 als Raser geblitzt. Muss die Angabe von 60 % überdacht werden."

*Geschwindigkeitskontrollen***M4****Die Wette um Geschwindigkeiten**

Bei einer Geschwindigkeitskontrolle in einem verkehrsberuhigten Innenstadtbereich wird von vorbeifahrenden Autos die Geschwindigkeit gemessen. Erfahrungsgemäß halten sich nur etwa 60 % aller Autofahrer in diesem Bereich an die vorgeschriebene Höchstgeschwindigkeit. Ein Verkehrspolizist, der mit seinem Kollegen die Radarmessung durchführt, sagt zu seinem Kollegen: "Ich wette, dass bei den nächsten drei Autos genau ein Schnellfahrer dabei ist." Der Kollege meint: "Ich wette dagegen."

- a) Geben Sie eine Schätzung ab, wer die Wette gewinnt. Begründen Sie.
- b) Diskutieren Sie zu zweit Ihre Schätzungen.
- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der erste Polizist gewinnt.
- d) Wie verändert sich der Ausgang der Wette, wenn der erste Polizist wettet, dass:
  - i. bei drei Autos mindestens ein Schnellfahrer dabei ist?
  - ii. höchstens zwei Schnellfahrer dabei sind?

*Geschwindigkeitskontrollen***2. Unterrichtssequenz "Die neue Wette um Geschwindigkeit"**

Der Erwartungswert, die Standardabweichung als auch die Varianz der Binomialverteilung werden in der zweiten Unterrichtssequenz über die Betrachtung von Streudiagrammen eingeführt.

Die erste Aufgabe beinhaltet die Betrachtung von Streudiagrammen für verschiedene Grundgesamtheiten aber fester Wahrscheinlichkeit  $p$  im Hinblick auf den Erwartungswert. Diese Diskussion sollte folgende Aspekte beinhalten:

Innermathematische Sichtweise:

- Das Maximum einer Binomialverteilung stellt den Erwartungswert dar. Über die Betrachtung der Erwartungswerte der verschiedenen Streudiagramme kann unter Anleitung der Lehrperson die Formel für den Erwartungswert hergeleitet werden.
- Mit zunehmender Grundgesamtheit  $n$ 
  - wird die Verteilung zunehmend symmetrischer zum Maximum/Erwartungswert.
  - streuen die Wahrscheinlichkeiten stärker um den Erwartungswert.
  - werden die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Ausgänge geringer.

Interpretation im Sachzusammenhang:

- Es ist für Herrn Sinus nicht sinnvoll, sich auf eine bestimmte Anzahl an Rasern festzulegen, da in den Streudiagrammen die Wahrscheinlichkeit, dass der Erwartungswert angenommen wird, sehr gering ist. Dies gilt besonders für große Grundgesamtheiten  $n$  (Achtung: Fehlvorstellung der Schüler, vgl. Gesetz der großen Zahlen)
- Es ist sinnvoll, einen Bereich um den Erwartungswert zu wählen.
- Da Herr Sinus eine möglichst "spektakuläre" Wette anbieten möchte, ist das Ziel, diesen Bereich möglichst klein zu wählen, aber dennoch mit hoher Wahrscheinlichkeit die Wette gewinnen zu können. Anbieten würde sich daher ein Bereich, in dem die Summe der Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Ausgänge über 50 % liegt.
- Mit zunehmender Grundgesamtheit  $n$ , wird der beschriebene Bereich weiter. Aus diesem Grund sollte Sinus sich bei seiner Wette auf eine geringe Grundgesamtheit beschränken.

In der zweiten Aufgabe werden Streudiagramme für verschiedene Wahrscheinlichkeiten  $p$  bei einer festen Grundgesamtheit  $n$  betrachtet.

Diese Diskussion dieser Aufgabe sollte folgende Aspekte beinhalten:

- Für  $p = 0,5$  ist die Verteilung symmetrisch zum Erwartungswert.
- Mit zunehmender Wahrscheinlichkeit  $p$  liegt das Maximum/der Erwartungswert weiter rechts.

Auf die Herleitung der Formeln für die Standardabweichung und Varianz der Binomialverteilung wird in dieser Unterrichtssequenz bewusst verzichtet, da sie für eine Vielzahl der Schüler nicht greifbar ist und somit keinen Mehrwert darstellt. Daher werden die entsprechenden Formeln von der Lehrperson vorgegeben. Mithilfe dieser Formeln sollten die Schüler jeweils die Standardabweichung und die Varianz zu den Aufgaben 1 und 2 zur Übung berechnen.

Im Leistungskurs könnte anschließend die Fragestellung aufgegriffen werden, wie viele Autofahrer kontrolliert werden müssten, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von 68 % bzw. 95 % genau sechs Fahrer von zehn Fahrern Schnellfahrer sind. Dies ermöglicht einen Einstieg in die Betrachtung der Sigma-Intervalle.

*Geschwindigkeitskontrollen***M5****Die neue Wette um Geschwindigkeiten**Aufgabe 1

Der Polizist ist mit der letzten Wette unzufrieden. Er will noch einmal wetten und eine größere Anzahl Autos betrachten, zum Beispiel 20, 50 oder sogar 100. Sein Kollege fragt daraufhin: „Und auf wie viele Raser würdest du dann wetten?“

Betrachten Sie mit Hilfe des GTR die Streudiagramme für die entsprechenden Längen der Bernoullikette. Was würden Sie dem Polizisten für seine Wette raten, bei

- a) 20,
- b) 50,
- c) 100 Fahrzeugen?
- d) Beurteilen Sie, inwiefern die Anzahl der Fahrzeuge für den Ausgang der Wette eine Rolle spielt.

Aufgabe 2

Beim Blitzmarathon hat sich gezeigt, dass in Gleisheim die Autofahrer in der 50-Zone in der Paradiesstraße mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% mit erhöhter Geschwindigkeit fahren. Weitere auffällige Messstellen waren die 30-Zone in der Quallestraße mit einer Raserwahrscheinlichkeit von 50% und der verkehrsberuhigte Bereich am Bahnhof ( $p=0,7$ ).

Vergleichen Sie mit Hilfe des GTR Streudiagramme für die drei gegebenen Wahrscheinlichkeiten  $p$ .