

---

# Mathe sicher können

## Vertiefende Diagnostik zur Förderung im Fach Mathematik



CC0 Lizenz Public Domain. Quelle: pixabay.com

## Hintergrund des Diagnose- und Förderkonzeptes

---

### Ausgangspunkt:

- Häufig liegt eine zentrale Ursache für die Schwierigkeit in der Sekundarstufe I bereits in der Beherrschung der Inhalte der Grundschule.
- Wichtig ist, dass die Förderung an den Verstehensgrundlagen ansetzt.

### Zielsetzung:

- Durchführung einer vertiefenden Diagnostik in Teilbereichen der fachlichen Kompetenzerwartungen
- Förderbausteine ableiten, auswählen und mit der Schülerin/dem Schüler durchführen
- Einbindung der Hinweise in die Förderung und weitere Unterrichtsplanung

## Didaktische Leitideen

---

### 1. Diagnosegeleitetheit



Die Kenntnisse und Vorstellungen der Lernenden werden erhoben, um auf dieser Grundlage gezielt zu fördern. (vgl. <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/>)

### 2. Verstehensorientierung



„Nachhaltiges und sinnstiftendes Lernen orientiert sich am Aufbau von Verständnis; dazu gehört der Rückbezug auf motivierende außermathematische Kontexte und vor allem auf strukturelle, innermathematische Vorstellungen und Darstellungen.“<sup>1</sup>

### 3. Kommunikationsförderung



Der Aufbau von Verständnis erfordert die Kommunikation der Lernenden untereinander und mit der Lehrperson. (vgl. <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/>)

## Das Material

---

Das Material zum Projekt „Mathe sicher können“ umfasst Lehrer- und Schülerhefte zu den Themenbereichen:

- Natürliche Zahlen
- Brüche, Prozente und Dezimalzahlen
- Sachrechnen

Internetseite:

<http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/003>

**Dieses Material eignet sich zur Durchführung der pädagogischen Diagnostik. Auf der dazugehörigen Internetseite finden Sie:**

- Kopiervorlagen zu den Standortbestimmungen
- Durchführung- und Auswertungsanleitung der Standortbestimmungen
- Hinweise zu typischen Fehlern, möglichen Ursachen und Hinweise zur Förderung

# Die Standortbestimmung

Für die Standortbestimmungen wurden aussagekräftige Diagnoseaufgaben ausgewählt und zu verschiedenen Themenbereichen zusammengestellt. Die Kopiervorlagen finden sich in der Handreichung für Lehrerinnen und Lehrer.



Standortbestimmung – Band 10, HT A

Kann ich Anteile von einem Ganzen bestimmen und darstellen?

1. Ein Stück vom Ganzen bestimmen und darstellen

a) Ein Anteil (8/10) des Ganzen bestimmen und darstellen.  
 b) Zeichne dem Teil so häufig wie du kannst ein Anteil post.

c) Gebe den Anteil für den gesamten Teil an.

2. Mehrere Stücke vom Ganzen bestimmen und darstellen

a) Für jeweils drei Anteile (8/10),  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{1}{4}$  des Ganzen Teil an.

b) Zeichne für beide Teile den Teil farblich ein, so dass der Anteil passt.

Hinweise zur Auswertung:

Diagnoseaufgabe 1: Ein Stück vom Ganzen bestimmen und darstellen

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderungs
a), b), c) 1) $\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{3}$ , $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ , $\frac{1}{6}$ , $\frac{1}{7}$	Anteil wird als Verhältnis ganzer zu weiteren Stücke angesehen.	
b)	8 Felder ohne Markierung: Löslichkeitsfehler oder problematische Gleichsetzung mit „speziellen Ganzen“	(Wieder-)Erarbeitung der Anteilsvorstellung in 1.1 – 1.4. Danach weitere Aufgaben zur Systemisierung, insbesondere 2.5, 2b), 3) Zu komplexen Aufgaben berechnen.
b), c), d)	Größe der Stücke wird nicht beachtet.	



1.5 Was passt zu  $\frac{1}{3}$ ?

a) Was passt zum Anteil  $\frac{1}{3}$ ? Erkläre.

(1) (2) (3) (4) (5)

8 Kinder teilen sich eine Pizza. Dann bekommt jedes ein

b) Kenan sagt: „Das Bild passt zu  $\frac{1}{3}$ !“

Das Bild passt zu  $\frac{1}{3}$ , weil das echt Stücke sind.

Das ist nicht  $\frac{1}{3}$ . Da fehlt die 1.

Emilly

Was meint Emily mit „Da fehlt die 1“?



Zu jeder Standortbestimmung sind Hinweise zur Durchführung und Auswertung zusammengestellt. Im Schülermaterial finden sich dann die entsprechenden Fördereinheiten.

## Die Standortbestimmung - Themenbereiche

### 14 Standortbestimmungen im 1. Band: „Natürliche Zahlen“

- „Kann ich Zahlen mit Material lesen und darstellen?“
- „Kann ich bündeln und entbündeln?“
- „Kann ich Zahlen am Zahlenstrahl lesen und darstellen?“
- „Kann ich Zahlen vergleichen und der Größe nach Ordnen?“
- „Kann ich zu Zahlen Nachbarn angeben?“
- „Kann ich Additions- und Subtraktionsaufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?“
- „Kann ich Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?“
- **„Kann ich Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?“**
- „Kann ich sicher addieren und subtrahieren und meine Rechenwege erklären?“
- „Kann ich sicher mit Stufenzahlen multiplizieren und dividieren?“
- „Kann ich sicher multiplizieren und meine Rechenwege erklären?“
- „Kann ich sicher dividieren und meine Rechenwege erklären?“
- „Kann ich schriftlich addieren und meine Rechenwege erklären?“
- „Kann ich schriftlich subtrahieren und meine Rechenwege erklären?“



**Ausgewählte Standortbestimmung  
für die Durchführung der  
pädagogischen Diagnostik für das  
Schülerbeispiel - Laura:**

„Kann ich Divisions- Aufgaben zu  
Situationen finden und  
umgekehrt?“

## Die Standortbestimmung - Themenbereiche

### 16 Standortbestimmungen im 2. Band: „Brüche, Prozente, Dezimalzahlen“

**Ausgewählte  
Standortbestimmung für die  
Durchführung der  
pädagogischen Diagnostik  
für das Schülerbeispiel –  
Laura:**

„Kann ich Anteile von einem  
Ganzen bestimmen und  
darstellen?“

und

„Kann ich Anteile von  
Mengen bestimmen und  
darstellen?“



- „Kann ich Anteile von einem Ganzen bestimmen und darstellen?“
- „Kann ich Prozente bestimmen und darstellen?“
- „Kann ich Anteile von Mengen bestimmen und darstellen?“
- „Kann ich gleichwertige Anteile in Bildern und Situationen finden?“
- „Kann ich gleichwertige Brüche durch Erweitern und Kürzen finden?“
- „Kann ich Brüche und Prozente ineinander umwandeln?“
- „Kann ich Brüche gleichnamig machen?“
- „Kann ich Brüche und Prozente vergleichen und der Größe nach ordnen?“
- „Kann ich Addition und Subtraktion von Brüchen verstehen?“
- „Kann ich Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen?“
- „Kann ich zu Dezimalzahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen?“
- „Kann ich Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen?“
- „Kann ich Dezimalzahlen am Zahlenstrahl und schriftlich addieren und subtrahieren?“
- „Kann ich Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen multiplizieren und dividieren?“
- „Kann ich Dezimalzahlen mit natürlichen Zahlen multiplizieren und dividieren?“
- „Kann ich einfache Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln?“

# Durchführung und Auswertung

---

## Vorerfahrung, Zeitbedarf und Material:

- Fachkollegen und -kolleginnen der Mathematik können die Standortbestimmungen durchführen und auswerten, es sind keine Vorerfahrungen im Bereich der Anwendung der Standortbestimmungen notwendig.
- Der Zeitbedarf für die Durchführung der Standortbestimmungen liegt bei ca. 10 bis 30 Minuten pro Standortbestimmung (der genaue Zeitbedarf ist jeweils zu den einzelnen Standortbestimmungen in der Handreichung angegeben).
- Zur Durchführung benötigt die Lehrkraft eine Kopie der ausgewählten Standortbestimmung. Alle Aufgaben zu einer Standortbestimmung sind auf einer DIN-A 4 Seite abgedruckt.

## Hinweise zur Durchführung:

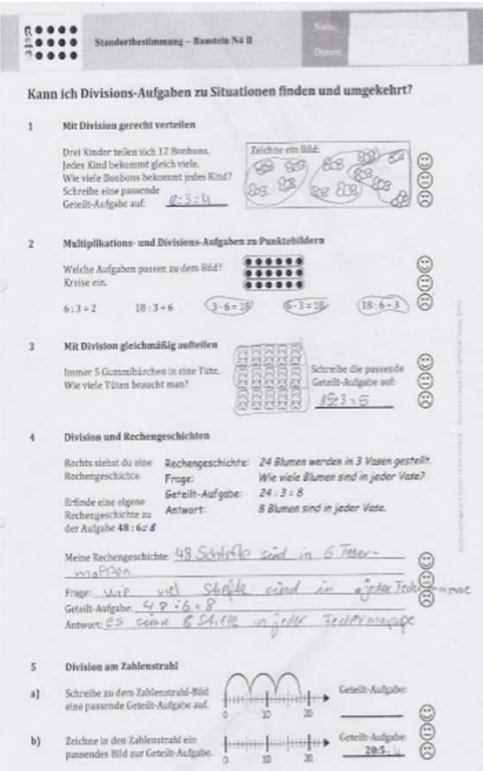
- Wiederholte Erprobung ist besonders in den unteren Jahrgängen hilfreich.
- Ein kurzes Durchsprechen der Aufgaben hilft, das Aufgabenverständnis zu sichern.
- Das Aufschreiben der eigenen Lösungsideen ist für viele Lernende ungewohnt, aber für die Diagnose bietet es aussagekräftige Hinweise. Die Lernenden sollen immer wieder dazu ermuntert werden.

Die **Auswertung** der Standortbestimmungen ist anhand des Materials in der Handreichung leicht und schnell durchführbar.

- typische Schülerfehler und mögliche Ursachen werden genannt
- Hinweise für die Förderung sind angegeben
- Auswertungstabellen ermöglichen das Bündeln der Informationen

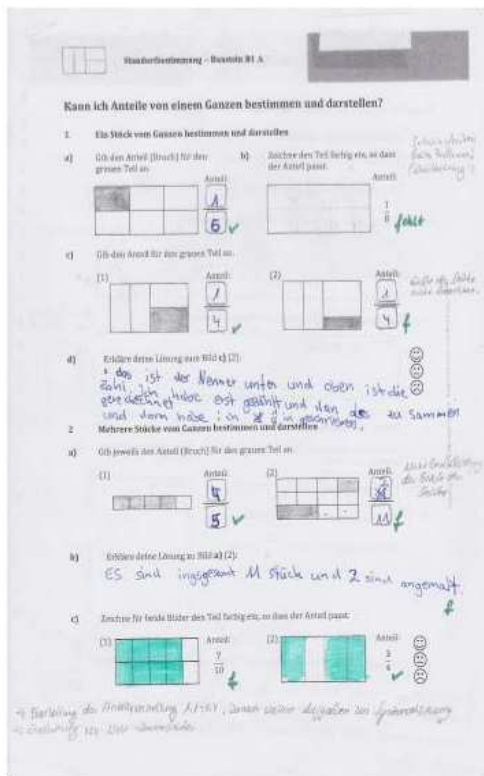


# Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung N4 B

Lauras Lösungen zur Standortbestimmung – Baustein N4 B	Auswertung	Hinweise aus den Auswertungsmaterialien	Hinweise für die Förderung
	<ol style="list-style-type: none"> <li>Laura zeichnet zunächst 4 Bonbons als Lösung ein und fragt unsicher nach der Richtigkeit ihrer Lösung. Ich gebe ihr den Hinweis, ein Bild zu der „Aufgabe“ und nicht zu der „Lösung“ zu zeichnen. Mit diesem Hinweis löst Laura die Aufgabe</li> <li>Laura erkennt <math>18:3</math> nicht als zum Bild passend.</li> <li>Laura notiert die richtige Geteilt-Aufgabe.</li> <li>Laura versteht zunächst die Aufgabenstellung nicht und fragt nach. Im Gespräch wird deutlich, dass Laura verstanden hat, was eine Rechengeschichte ist und wie sie eine passende Geschichte zu der angegebenen Geteilt-Aufgabe finden kann, jedoch kann sie die Lösung der Aufgabe <math>48:6</math> nicht angeben. Ich gebe ihr die Lösung <math>48:6=8</math> vor. Mit diesem Hinweis löst Laura die Aufgabe selbstständig und korrekt.</li> <li>Laura löst diese Aufgabe nicht am Zahlenstrahl-Bild. Sie gibt die Lösung der Geteilt-Aufgabe <math>20:5</math> richtig an.</li> </ol>	<p>Zusammenhang zwischen Division und Verteilungssituation erarbeiten (1.1 – 1.2), ggf. Fördereinheit 1 anknüpfen.</p> <p>Grundverständnis Zahlenstrahl erarbeiten (Baustein N2) Lineare Darstellung der Division am Zahlenstrahl erarbeiten (5.1 bis 5.3)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verschiedene Verteil- und Aufteilsituationen mit Anschauungsmaterialien üben, um die Grundvorstellung der Division zu sichern (Verstehen der Division als Aufteilen und Verteilen). Hierzu verschiedene Anschauungsmaterialien verwenden, z.B. Plättchen, Spielfiguren, Punktfelder.</li> <li>Aufteilende Strategien am Zahlenstrahl, z.B. durch Einzeichnen von Bögen erarbeiten. Ggf. das grundlegende Verständnis des Zahlenstrahls sichern.</li> <li>Regelmäßige Übungen zum kleinen Einmaleins.</li> </ul>

# Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung B1 A

## Lauras Lösungen zur Standortbestimmung – Baustein B1 A



**Standortbestimmung - Baustein B1 A**

Kann ich Anteile von einem Ganzen bestimmen und darstellen?

1. Ein Stück von Ganzen bestimmen und darstellen

a) Gib den Anteil (Bruch) für den grauen Teil an. Anteil:  $\frac{1}{6}$

b) Zeichne den Teil fertig etc. so dass der Anteil passt. Anteil:  $\frac{1}{6}$  *falsch*

c) Gib den Anteil für den grauen Teil an. (1) Anteil:  $\frac{1}{4}$  (2) Anteil:  $\frac{1}{4}$

d) Erkläre deine Lösung zu Bild (1) (2): *das ist der Nenner unten und oben ist die Zähler. In Bild 1 ist das gestrichelt und den den sind dann habe ich es in 4 geteilt. In Bild 2 ist das in 4 geteilt.*

2. Mehrere Stücke von Ganzen bestimmen und darstellen

a) Gib jeweils den Anteil (Bruch) für den grauen Teil an. (1) Anteil:  $\frac{1}{5}$  (2) Anteil:  $\frac{1}{10}$

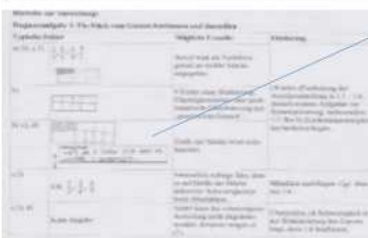
b) Erkläre deine Lösung zu Bild (1) (2): *ES sind insgesamt 10 Stücke und 2 sind angemalt.*

c) Zeichne 10 vertikale Blätter des Teil fertig etc. so dass der Anteil passt. (1) Anteil:  $\frac{7}{10}$  (2) Anteil:  $\frac{3}{10}$

*4. Erklärung der Anteilsdarstellung 1/6, 1/4, 1/5, 1/10, 7/10, 3/10*

## Auswertung

1 Laura löst den Aufgabenteil a) und c1) richtig. Beim Aufgabenteil b) hat sie zunächst die richtige Lösung, radiert diese aber aus, da sie Schwierigkeiten hat, eine gleichmäßige Aufteilung zu zeichnen. Den Aufgabenteil c2) löst Laura falsch und gibt entsprechend eine falsche Erklärung in Aufgabenteil d) an.



**Wiederholende Übung**

Wiederholende Übung 1: Ein Stück von Ganzen bestimmen und darstellen

1. Ein Stück von Ganzen bestimmen und darstellen

a) Gib den Anteil (Bruch) für den grauen Teil an. Anteil:  $\frac{1}{6}$

b) Zeichne den Teil fertig etc. so dass der Anteil passt. Anteil:  $\frac{1}{6}$

c) Gib den Anteil für den grauen Teil an. (1) Anteil:  $\frac{1}{4}$  (2) Anteil:  $\frac{1}{4}$

d) Erkläre deine Lösung zu Bild (1) (2): *das ist der Nenner unten und oben ist die Zähler. In Bild 1 ist das gestrichelt und den den sind dann habe ich es in 4 geteilt. In Bild 2 ist das in 4 geteilt.*



**Wiederholende Übung 2: Mehrere Stücke von Ganzen bestimmen und darstellen**

2. Mehrere Stücke von Ganzen bestimmen und darstellen

a) Gib jeweils den Anteil (Bruch) für den grauen Teil an. (1) Anteil:  $\frac{1}{5}$  (2) Anteil:  $\frac{1}{10}$

b) Erkläre deine Lösung zu Bild (1) (2): *ES sind insgesamt 10 Stücke und 2 sind angemalt.*

c) Zeichne 10 vertikale Blätter des Teil fertig etc. so dass der Anteil passt. (1) Anteil:  $\frac{7}{10}$  (2) Anteil:  $\frac{3}{10}$

2 Laura löst den Aufgabenteil a1) richtig. In Aufgabenteil a2) und b) löst Laura falsch.

## Hinweise aus den Auswertungsmaterialien

Größe der Stücke wird nicht beachtet. (Wieder-) Erarbeitung der Anteilsvorstellung in 1.1 – 1.4, danach weitere Aufgaben zur Systematisierung, insbesondere 1.5

Ggf. Flexibilisierung des Zusammenhangs von Teil und Ganzen in 1.6. Erarbeitung von Nichtstammbrüchen (2.1 – 2.4), danach Systematisierung und Flexibilisierung des Zusammenhangs von Teil und Ganzen auch bei Nichtstammbrüchen (2.5; 2.6).

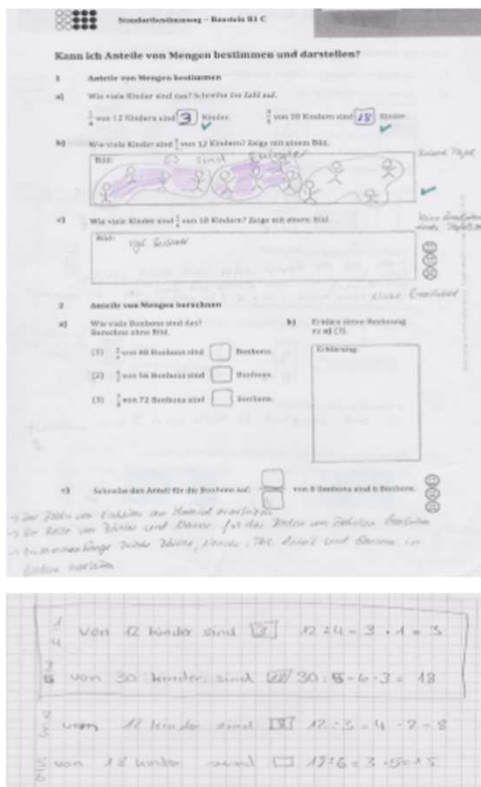
## Hinweise für die Förderung

Wiederholende Übungen zum Bestimmen und Darstellen von mehreren Stücken vom Ganzen im Wochenplan integrieren (vgl. 2.1 – 2.4).

Aufgabenbereich „Verschiedene Teile zusammenfassen“ (vgl. Baustein B1 A 1.5; 2.5; 2.6) im Kleingruppengespräch erarbeiten.

# Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung B1 C

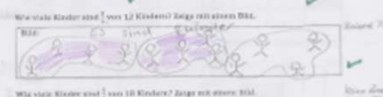
## Lauras Lösungen zur Standortbestimmung – Baustein B1 C

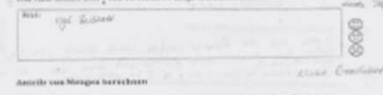


**Kann ich Anteile von Mengen bestimmen und darstellen?**

1. **Anteile von Mengen bestimmen**

a) Wie viele Kinder sind das? Schreibe die Zahl auf.  
 von 12 Kindern sind  $\frac{3}{4}$  Mädchen.  $\frac{2}{5}$  von 10 Kindern sind  $\frac{1}{2}$  Kinder.

b) Wie viele Kinder sind das? von 12 Kindern zeige mir einen Bild.  
 Bild: 

c) Wie viele Kinder sind das? von 10 Kindern zeige mir einen Bild.  
 Bild: 

2. **Anteile von Mengen berechnen**

a) Wie viele Bonbons sind das? Schreibe ohne Bild.  
 (1) von 40 Bonbons sind  $\frac{1}{4}$  Bonbons.  
 (2) von 56 Bonbons sind  $\frac{1}{8}$  Bonbons.  
 (3) von 72 Bonbons sind  $\frac{1}{6}$  Bonbons.

b) Erkläre ohne Rechnung für 40 (3).

Erklärung:

3. Schreibe den Anteil für die Bonbons auf. von 8 Bonbons sind 6 Bonbons.

*→ Der Anteil von Kindern im Haushalt ermitteln  
 → Der Anteil von Kindern und Eltern für das Essen im Familien Restaurant  
 → Zusammenhänge zwischen Bildern, Texten, Texten und Diagrammen im Texten darstellen.*

**Handwritten calculations:**

1/4 von 42 Kindern sind  $\frac{1}{4} \cdot 42 = 10,5 = 11$

1/8 von 56 Bonbons sind  $\frac{1}{8} \cdot 56 = 7$

1/6 von 72 Bonbons sind  $\frac{1}{6} \cdot 72 = 12$

1/4 von 40 Bonbons sind  $\frac{1}{4} \cdot 40 = 10$

1/8 von 56 Bonbons sind  $\frac{1}{8} \cdot 56 = 7$

1/6 von 72 Bonbons sind  $\frac{1}{6} \cdot 72 = 12$

## Auswertung

**1**  
 Laura gibt zu allen Aufgaben die richtige Lösung an. Sie findet keine Lösungsidee für ein „Bild“ und fragt nach.  
 Das Bild zum Aufgabenteil b) erarbeite ich mit Laura gemeinsam.  
 Dies hilft ihr jedoch nicht, den Aufgabenteil c) selbstständig zu lösen. richtig.

**2**  
 Laura löst diese Aufgabe nicht.  
 Zu vermuten ist hier, dass Laura die Rechnungen, die sie in der ersten Diagnoseaufgaben bewältigt hat, nicht lösen konnte (48:4, 56:7 und 72:8).  
 Hier erscheint eine weitere Abklärung der Bewältigung von Divisionsaufgaben notwendig.

## Hinweise aus den Auswertungsmaterialien

Die strukturellen Zusammenhänge können nicht bildlich dargestellt werden (1.1 – 1.4).

## Hinweise für die Förderung

- Zusammenhänge zwischen Zähler, Nenner, Teil, Anteil und Ganzen in Bildern erarbeiten.
- Das Bilden von Einheiten am Material erarbeiten.
- Regelmäßige Übungen zum kleinen Einmaleins.

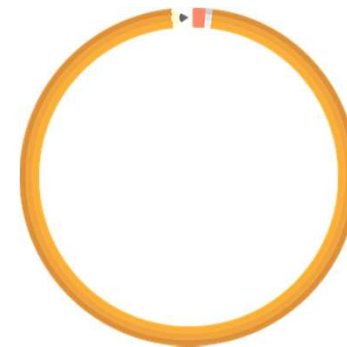
## Abgeleitete Maßnahmen, Zielvereinbarungen

---

Die Schülerin nimmt 1x pro Woche an der Fördergruppe „Die Mathefüchse“ teil. Ziel: „Ich kann Divisionsaufgaben zu Situationen finden und umgekehrt!“ (Baustein N4B) und „Ich kann sicher dividieren und meine Rechenwege erklären!“ (Baustein N6C)

Zusammenhänge zwischen Zähler, Nenner, Teil, Anteil und Ganzen mit verschiedenen Anschauungsmaterialien in freien Lernzeiten erarbeiten.

Wiederholende Übungen zum Bestimmen und Darstellen von mehreren Stücken vom Ganzen (vgl. „Mathe sicher können“ – Baustein 2.1 – 2.4) und Übungen zum Aufgabenbereich „Verschiedene Teile zusammenfassen“ (vgl. „Mathe sicher können“ – Baustein B1 A 1.5; 2.5; 2.6) in die Wochenpläne integrieren.



# Zum Nachlesen

---

## Projektinformationen:

- <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/projektinfos>, zuletzt aufgerufen, 02.02.2017

## Material:

- <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/003>, zuletzt aufgerufen, 02.02.2017

## „Wie Mathe-Sicher können-Material entsteht – Entwicklungsforschung als methodologischer Rahmen:

- <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/projektinfos/wie-mathe-sicher-k%C3%B6nnen-material-entsteht-entwicklungsforschung-als-methodologischer>, zuletzt aufgerufen, 02.02.2017

## Projektfilm:

- <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/005>, zuletzt aufgerufen, 02.02.2017

## Weiter Veröffentlichungen:

- <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/projektinfos/ver%C3%B6ffentlichungen>, zuletzt aufgerufen, 02.02.2017

## Ausgewählte Materialien zum Download:

- <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/367/inhalte-der-diagnose-und-f%C3%B6rderbausteine/ausgew%C3%A4hltes-material-zum-inhaltsbereich-br%C3%BChe>, zuletzt aufgerufen, 02.02.2017

## Zusätzliche Materialien zum zieldifferenten Mathematikunterricht „Mathe Inklusiv“:

- <http://pikas.dzlm.de/mathe-inklusive>, zuletzt aufgerufen, 02.02.2017

